

SLOŽENOST ALGORITAMA

11. 2. 2008.

1. Imamo n raznih predmeta numeriranih brojevima od 1 do n . Predmet i ima volumen w_i i vrijednost p_i . Ruksak volumena M treba napuniti nekim podskupom tih predmeta tako da ukupna vrijednost svih predmeta u ruksaku bude maksimalna, a ukupni volumen svih predmeta ne prelazi zadani volumen ruksaka. Traženi podskup prikazujemo poljem x od n binarnih znamenki, gdje $x_i = 1$ označava da predmet i treba staviti u ruksak. Zadana ograničenja su:

$$w_i > 0 \quad , \quad p_i > 0 \quad , \quad x_i \in \{0, 1\} \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad .$$

Dodatno, pretpostavimo da je poredak predmeta kad ih sortiramo uzlazno po volumenu jednak poretku kad ih sortiramo silazno po vrijednosti.

- (a) Sastavite algoritam koji (brzo) nalazi polje x i maksimalnu ukupnu vrijednost F svih predmeta u ruksaku. Nađite složenost tog algoritma. Da li je uvijek moguće potpuno napuniti ruksak?
- (b) Dokažite da taj algoritam korektno rješava ovaj problem 0–1 ruksaka (uz dodatnu pretpostavku).

(Bodovi: (a) = 30, (b) = 45.)

2. Neka je M_α algoritam za množenje velikih prirodnih brojeva, koji množi dva broja duljine n u vremenu $O(n^\alpha)$. Znamo da takav algoritam postoji za svaki $\alpha > 1$. Promatramo slijedeći algoritam za množenje velikih prirodnih brojeva.

```
function SuperMul (  $u, v : \text{veliki\_broj}$  ) :  $\text{veliki\_broj}$  ;  
  begin  
     $n :=$  najmanj broj takav da su  $u$  i  $v$  duljine  $n$  ;  
    if  $n \leq n_0$  then  
      pomnoži  $u$  i  $v$  standardnim algoritmom  $M_2$   
    else  
      begin  
         $\alpha := 1 + (\lg \lg n) / \lg n$  ;  
        pomnoži  $u$  i  $v$  algoritmom  $M_\alpha$  ;  
      end ;  
    SuperMul := izračunati produkt ;  
  end
```

Da li *SuperMul* množi brojeve duljine n u vremenu $O(n \log n)$? Precizno obrazložite!

REZULTATI: utorak, 12. 2. 2008. u 13 sati.

Saša Singer

Dozvoljena pomagala: Tablice i formule, kalkulator.