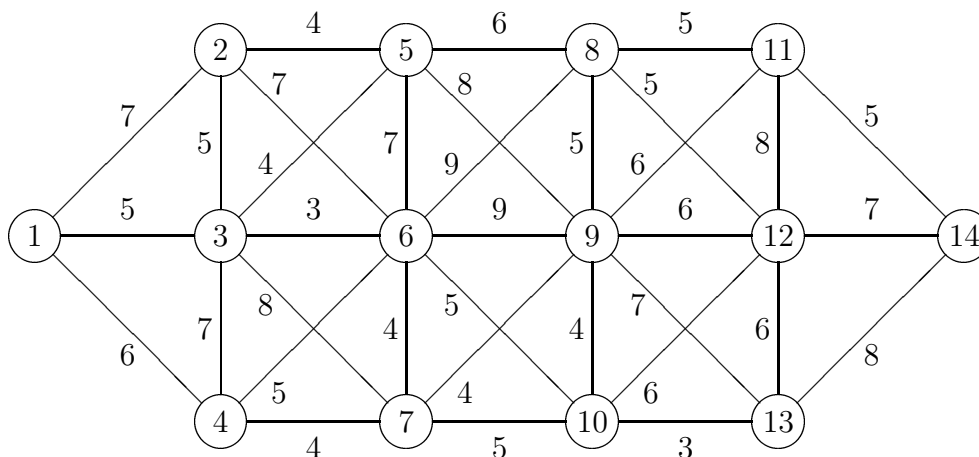


# TEORIJA ALGORITAMA

3. 10. 1994.

1. Kruskalovim algoritmom nađite minimalno razapinjuće stablo grafa na slici:  
(40)



Precizno opišite postupak nalaženja rješenja.

2. Imamo  $n = 7$  vrsta predmeta numeriranih brojevima od 1 do 7. Svaki predmet  $i$ -te vrste ima volumen  $w_i$  i vrijednost  $p_i$  zadanu tablicom  
(40)

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$p_i$	10	8	13	18	7	14	3
$w_i$	3	3	5	7	2	5	1

Ruksak volumena  $M = 15$  treba napuniti predmetima zadanih vrsta tako da ukupna vrijednost svih predmeta u ruksaku bude maksimalna, a ukupni volumen svih predmeta ne prelazi zadani volumen ruksaka. Nađite količinu  $x_i$  predmeta  $i$ -te vrste koju treba staviti u ruksak, za  $i = 1, \dots, 7$ , uz uvjet:

- (a)  $x_i \in \mathbf{R}$ ,  $0 \leq x_i \leq 1$ , za  $i = 1, \dots, 7$ ,  
(b)  $x_i \in \{0, 1\}$ , za  $i = 1, \dots, 7$ .

Dokažite optimalnost nađenih rješenja. (Bodovi: (a) = 10, (b) = 30.)

3. Zadana je rekurzivna relacija  
(40)

$$T(n) = aT(n/b) + f(n) \quad , \quad n = b^i \quad , \quad i \geq 1 \quad ,$$

uz početni uvjet  $T(1) = d$ , gdje su  $a, d$  realni pozitivni brojevi i  $b$  cijeli broj,  $b \geq 2$ . Neka je  $p = \log_b a$ ,  $q > 0$  i  $f(n) = n^{p+q}$ . Nađite i dokažite uvjetno asimptotsko ponašanje relacijom  $\Theta$  za rješenje  $T(n)$ , ako je  $n$  potencija od  $b$ . Da li se dobiveno rješenje može proširiti tako da asimptotsko ponašanje vrijedi bezuvjetno, za svaki dovoljno veliki  $n \in \mathbf{N}$ , ako u rekurziji piše  $\lfloor n/b \rfloor$ , umjesto  $n/b$ ?