

Numerička analiza

3. zadaća

1. Za proizvoljni B-splajn $B_{i,k}$ sa intervala $[a, b]$ izračunajte $\int_a^b B_{i,k}(x) dx$. Isto tako za dani splajn $s(x) = \sum_{j=1}^n a_j B_{j,k}(x)$, $x \in [a, b]$ izračunajte $\int_a^x s(t) dt$ za $x \in [a, b]$.
2. Pokažite da sve Newton–Cotesove formule sa $m + 1$ čvorova integracije, gdje je m paran, imaju stupanj egzaktnosti $m + 1$.
3. Dokažite slijedeći teorem:

Teorem: Linearna višekoračna metoda za rješavanje inicijalnog problema za obične diferencijalne jednačbe, sa $\sigma(1) \neq 0$, je metoda reda p ako i samo ako je

$$\begin{aligned} \frac{\rho(z)}{\sigma(z)} &= \ln z + \mathcal{O}((z-1)^{p+1}) \\ &= \left((z-1) - \frac{1}{2}(z-1)^2 + \frac{1}{3}(z-1)^3 - \dots \right) + \mathcal{O}((z-1)^{p+1}) \end{aligned}$$

kada $z \rightarrow 1$. Metoda je konzistentna ako i samo ako je

$$\rho(1) = 0 \quad \text{i} \quad \rho'(1) = \sigma(1).$$

Tina Bosner