

- A. Neka je polinom $(2x^2-x-3)^3$ raspisan kao $a_nx^n+\dots+a_1x+a_0$.
Odredite n i $a_6+a_4+a_2$.

B. Odredite sve polinome $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ za koje vrijedi

$$p(x^2+1) - x^3 + 1 = x^3 p(x) .$$

C. Odredite sve polinome $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ za koje vrijedi

$$x^2 f(x+5) = (x-1)(x-2)f(x) .$$

D. Odredite kvocijent i ostatak pri dijeljenju polinoma

$$x^9 + 2x^8 - x^6 + x^5 + 3x^4 - 5x + 9 \quad \text{sa} \quad x^3 + 2x^2 - 2$$

.

E. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma

$$x^{30} + 2x^{29} - x^{15} - 2x^{14} - x^6 + x^2 - 1 \quad \text{sa} \quad x^2 + x - 2$$

.

F. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma

$$x^{28} + 3x^{25} - x^{17} - 5x^{14} - x^6 - 3x^2 + 10 \quad \text{sa} \quad x^2 - 2x + 1$$

.

G. Odredite, i normirajte, najveću zajedničku mjeru polinomā

$$x^6 - 2x^5 + 4x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \quad \text{i} \quad x^4 + x^2 + 1 .$$

- H. Ako polinom $f(x)$, s realnim koeficijentima, pri dijeljenju polinomom x^2-1 daje ostatak $5x$, a pri dijeljenju polinomom x^2+1 daje ostatak $5x+4$, odredite koji ostatak $f(x)$ daje pri dijeljenju polinomom x^4-1 .

- I. Ako polinom $f(x)$, s realnim koeficijentima i slobodnim koeficijentom 4, pri dijeljenju polinomom $(x-3)^2$ daje ostatak $2x-1$, odredite koji ostatak $f(x)$ daje pri dijeljenju polinomom $(x-3)^2x$.

- J. Neka je n proizvoljan prirodan broj. Odredite kratnost nultočke 1 u polinomu

$$(1-x^n)(1+x) - 2nx^n(1-x) - n^2x^n(1-x)^2 .$$

K. Odredi koeficijente $a, b \in \mathbb{R}$ takve da polinom $p(x) = ax^{17} + ax^6 + bx^3 + b + 8$ bude djeljiv polinomom $g(x) = (x-1)^2$.

- L. Dokaži da polinom $f(x)=1+x/1!+\dots+x^n/n!$ nema višestrukih nultočaka.

- M. Neka su p i q prosti brojevi veći od 3, te f polinom s cjelobrojnim koeficijentima. Može li $d:=f(p)-f(q)$ biti prost broj? Ako ne može, dokažite to. Ako može, nađite sve vrijednosti koje d može poprimati.

N. Nađite polinom p , čiji su koeficijenti iz skupa $\{0, 1\}$, za koji je $p(2)=27$.

- O. Dokažite da, za cijele neparne brojeve m i n , jednačina $x^2+mx+n=0$ nema racionalnih rješenja.

P. Odredite sve (kompleksne) nultočke polinoma
 $p(x)=x^4-12x^2-13x-12$.

Q. Riješite (u \mathbb{C}) jednažbu

$$x^4 + 8x^3 + 19x^2 + 22x + 10 = 0 .$$

R. Da li je broj $\sqrt{3} + \sqrt[3]{7}$ algebarski? Ako jest, nađite polinom s cjelobrojnim koeficijentima kojem je on nultočka.

- S. Izračunajte zbroj recipročnih vrijednosti nultočaka polinoma $p(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, ako je poznato da su mu sve nultočke različite. Kako izgleda sličan rezultat za općenit polinom n -tog stupnja sa svim nultočkama različitim?