

TEORIJA SKUPOVA

24. LIPNJA 2009.

Svaki zadatak vrijedi 20 bodova.

- (1) Za skupove b i c , definiramo *interval skupova* $[b, c)$ kao $[b, c) := \{x : b \subseteq x \subset c\}$. Koristeći se aksiomima teorije ZF, opravdajte postojanje intervala skupova. Zatim dokažite da se svaki singleton može zapisati kao interval skupova; dakle,

$$\forall a \exists b \exists c (\{a\} = [b, c)) .$$

- (2) Koliko ima:
- (a) strogo rastućih funkcijâ sa \mathbb{Z} u \mathbb{Q} ?
 - (b) uvjetno konvergentnih redova realnih brojeva? (Uvjetno konvergentan red konvergira, ali ne konvergira apsolutno.)
- (3) Koji su od sljedećih skupova (s antileksikografskim uređajem) međusobno slični, a koji nisu? Obrazložite.

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \quad , \quad \mathbb{N} \times \mathbb{Z} \quad , \quad \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$$

- (4) Izračunajte

$$\prod_{j \in \omega+1} \left(\sum_{i \in 1+j} i^j \right) .$$

- (5) Dokažite da postoji maksimalni (u smislu inkluzije) neprazni podskup od \mathbb{R} koji je zatvoren na množenje i disjunktan sa \mathbb{Z} . Za dodatnih 5 bodova: nađite jedan takav skup i dokažite da ima tražena svojstva.

Rezultati: ponedjeljak, 29. lipnja 2009., 12:00

Vedran Čačić