

# MATEMATIČKA LOGIKA 1

25. 09. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$P \leftrightarrow Q \vdash \neg(P \wedge \neg Q).$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\forall x \forall y (\neg((R(x, y) \rightarrow \exists z P(x, z)) \vee \exists z (R(z, y) \leftrightarrow P(y, y)))) \rightarrow (\exists x \exists y (Q(x, y) \rightarrow P(x, y)) \rightarrow \forall z R(z, z)).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.

3. Neka je  $S$  skup formula logike sudova. Dokažite da za svaku formulu  $A$  vrijedi  $S \models A$  ili  $S \models \neg A$  ako i samo ako postoji najviše jedna interpretacija  $I$  takva da je  $I(S) = 1$ .
4. Neka je  $(S_n)_{n \in \mathbf{N}}$  niz ispunjivih skupova formula logike sudova takav da za svaki  $n \in \mathbf{N}$  postoji  $k \in \mathbf{N}$ ,  $k \geq 1$  tako da za svaki  $i \in \{0, \dots, k\}$  i svaki  $F \in S_{n+i}$  vrijedi  $S_n \models F$ . Mora li tada skup  $\cup_{n \in \mathbf{N}} S_n$  biti ispunjiv?
5. Neka su  $A$  i  $B$  skupovi formula logike sudova. Mora li postojati skup formula  $C$  takav da je  $I_C = I_A \cap I_B$ ?

Rezultati: danas u 17:00

Zvonko Iljazović