MATEMATIČKA LOGIKA 1

22. 02. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za
$$(P \vee Q) \to R \vdash \neg P \vee R.$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule
$$\exists x(Q(x) \vee R(x,x)) \wedge \neg((\forall y(\exists x P(y,x) \to \forall x R(x,y))) \vee \neg(\exists x \forall y R(x,y))).$$
Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.

3. Neka su S_1 i S_2 skupovi formula za koje vrijedi $I_{S_1} = (I_{S_2})^c$. Dokažite da su skupovi S_1 i S_2 konačno aksiomatizabilni.

4. Dokažite da postoji prebrojiv skup interpretacija koji nije karakterističan skup interpretacija niti jednog skupa formula.

5. Neka je S skup svih propozicionalnih varijabli u logici sudova. Je li S konačno aksiomatizabilan skup? Ako su A i B konačno aksiomatizabilni skupovi, mora li $A \cup B$ biti konačno aksiomatizabilan skup? Ako su A i B konačno aksiomatizabilni skupovi, mora li $A \cap B$ biti konačno aksiomatizabilan skup?

Zvonko Iljazović