

# MATEMATIČKA LOGIKA

24. 04. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$(P \vee Q) \wedge (P \vee R) \vdash P \vee (Q \wedge R).$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\forall x \exists y (\forall z P(x, z) \rightarrow \exists w R(y, w)) \vee \exists x \exists y (P(x, y) \wedge \neg R(y, x)).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.

3. Dokažite da postoji prebrojiv skup interpretacija koji nije karakterističan skup interpretacija niti jednog skupa formula.
4. Neka je  $f : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  primitivno rekurzivna funkcija. Neka je funkcija  $g : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  definirana sa  $g(x, y) = \min\{f(0, y), f(1, y), \dots, f(x, y)\}$ ,  $\forall x, y \in \mathbf{N}$ . Dokažite da je  $g$  primitivno rekurzivna funkcija. Detaljno dokažite sve svoje tvrdnje. Možete koristiti činjenicu da su zbrajanje i modificirano oduzimanje primitivno rekurzivne funkcije.
5. Postoji li primitivno rekurzivna funkcija  $F : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  takva da za svaku primitivno rekurzivnu funkciju  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  postoji  $e \in \mathbf{N}$  tako da je  $f(x) = F(e, x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{N}$ ?

Rezultati: 27. 04. 2006. u 15:00

Zvonko Iljazović