

# MATEMATIČKA LOGIKA

08. 02. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$P \vee (Q \wedge \neg R) \vdash (Q \rightarrow P) \vee \neg(Q \rightarrow R).$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\exists x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge \forall w P(z, w)) \rightarrow \forall x (Q(x) \rightarrow (\exists z P(z, x) \vee \exists y \exists w R(y, w))).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.

3. Neka je  $F$  formula logike sudova u kojij ne nastupaju veznici  $\neg$ ,  $\rightarrow$  i  $\leftrightarrow$ . Dokažite da  $F$  nije ni tautologija ni antitautologija.
4. Neka je  $G : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  rekurzivna funkcija. Dokažite da postoji rekurzivna funkcija  $F : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  takva da je  $F(i, j) \leq F(i, j + 1)$ ,  $\forall i, j \in \mathbf{N}$  te takva da je  $\sum_{j=0}^n G(i, j) = 0$  ako i samo ako je  $\sum_{j=0}^n F(i, j) = 0$ ,  $\forall i, n \in \mathbf{N}$ .
5. Dokažite da postoji  $S \subseteq \mathbf{N}$  i parcijalno rekurzivna funkcija  $f : S \rightarrow \mathbf{N}$  koja se ne može proširiti do rekurzivne funkcije  $g : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ .

Zvonko Iljazović