

1. Neka je  $g : \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$  funkcija definirana sa  $g(t, x) = \lfloor \sqrt[t]{x} \rfloor$ ,  $t \geq 1$ ,  $x \in \mathbf{N}$ ,  $g(0, x) = x$ ,  $x \in \mathbf{N}$ . Dokažite da je  $g$  primitivno rekurzivna funkcija.
2. Neka je  $S = \{(x, y) \mid x < y\}$  te neka je  $f : S \rightarrow \mathbf{N}$  funkcija definirana sa  $f(x, y) = y - x - 1$ . Dokažite da je  $f$  parcijalno rekurzivna funkcija.
3. Neka je  $n = 2^{2^{700 \cdot 25 + 1}} \cdot 3^7 \cdot 5^{25} \cdot 7^{19}$ . Odredite  $\{n\}(125, 332, 46)$ .
4. Neka je  $S = \{ \langle a, b \rangle \mid a \text{ je u domeni od } \{b\} \}$ . Dokažite da  $S$  nije rekurzivan skup.
5. Neka je  $S \subseteq \mathbf{N}$  te neka je  $f : S \rightarrow \mathbf{N}$  parcijalno rekurzivna funkcija koja se ne može proširiti do rekurzivne funkcije. Dokažite da  $S$  nije rekurzivan skup.
6. \*Dokažite da postoji  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha > 0$  tako da funkcija  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  definirana sa  $f(x) = \lfloor \alpha x \rfloor$ ,  $x \in \mathbf{N}$  nije rekurzivna.