

OPĆA TOPOLOGIJA 2011/12

Peta tjedna zadaća

12. ožujka 2012.

1. (a) Neka je $p: X \rightarrow Y$ neprekidno preslikavanje. Pokaži da ako postoji neprekidno preslikavanje $f: Y \rightarrow X$ takvo da je kompozicija $p \circ f$ jednaka identiteti od Y , onda je p kvocijentno preslikavanje.
(b) **Retrakcija** od X na potprostor $A \subseteq X$ je neprekidno preslikavanje $r: X \rightarrow A$ takvo da je $r(a) = a$ za sve $a \in A$. Pokaži da je svaka retrakcija kvocijentno preslikavanje.
2. Neka je $\pi_1: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ projekcija na prvu koordinatu. Neka je A potprostor od $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ koji se sastoji od svih točaka (x, y) za koje je $x \geq 0$ ili $y = 0$ (ili oboje), i neka je $q: A \rightarrow \mathbb{R}$ restrikcija od π_1 . Pokaži da je q kvocijentno preslikavanje ali da q nije niti otvoreno niti zatvoreno preslikavanje.
3. Kao i ranije, \mathbb{R}_K neka je skup realnih brojeva s K -topologijom (vidi predavanja, str. 28). Neka je $Y := \mathbb{R}_K/K$ kvocijentni prostor dobiven stezanjem skupa K u točku, i neka je $p: \mathbb{R}_K \rightarrow Y$ kvocijentno preslikavanje.
 - (a) Pokaži da je Y T_1 -prostor ali da nije Hausdorffov.
 - (b) Pokaži da $p \times p: \mathbb{R}_K \times \mathbb{R}_K \rightarrow Y \times Y$ nije kvocijentno preslikavanje. [Uputa: Dijagonala $\{(y, y) : y \in Y\}$ **nije** zatvoren skup u $Y \times Y$ iako je njezin original zatvoren u $\mathbb{R}_K \times \mathbb{R}_K$.