ALGEBARSKA TOPOLOGIJA 2011/12

2. TEST — predati do 31. listopada 2011.

1. Neka je $Y \subseteq \mathbb{R}^n$. Za puteve $f, g \colon I \to Y$ kažemo da su ***susjedni*** ako postoji razdioba $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_k = 1$ takva da za svaki $j = 1, \ldots, k$ postoji n-kugla $D_j \subseteq Y$ takva da je $f([t_{j-1}, t_j]) \cup g([t_{j-1}, t_j]) \subseteq D_j$. Ako su $f, g \colon I \to Y$ susjedni putevi, jesu li oni nužno (slobodno) homotopni? Ako su osim toga f i g putevi sa zajedničkim počecima i zajedničkim krajevima, jesu li oni onda homotopni i preko homotopije puteva?

2. Neka je $T \subseteq \mathbb{R}^2$ trokut i neka je S njegov rub. Pokaži da ne postoji neprekidno preslikavanje $f \colon T \to S$ koje preslikava svaku stranicu od T u samu sebe.

3. Neka je x_0 neka točka kružnice $\mathbb{S}^1$. Postoje li preslikavanja
$$f \colon (\mathbb{S}^1 \times \{0\}) \cup (\{x_0\} \times I) \cup (\mathbb{S}^1 \times \{1\}) \to \mathbb{S}^1 \times I$$
i
$$g \colon \mathbb{S}^1 \times I \to (\mathbb{S}^1 \times \{0\}) \cup (\{x_0\} \times I) \cup (\mathbb{S}^1 \times \{1\})$$
takva da je $gf = \mathbb{1}$?

4. Neka je $X = \Big((\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}) \times [0,1]\Big) \bigcup ([0,1] \times \{0\}) \subseteq \mathbb{R}^2$ ***češalj*** i neka je $P = (0,1) \in X$. Dokaži da identiteta $\mathbb{1}_X$ nije homotopna $\operatorname{rel} P$ konstantnom preslikavanju u točku P.