

1	2	3	4	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Drugi kolokvij, 07.02.2014.

Teorijska pitanja (18 bodova)

- (3 boda) Neka je dana funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |2x + 1|$. Odredite gdje funkcija nije neprekidna, te gdje nije derivabilna.
- Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$.
 - (1 bod) Definirajte kada funkcija (strogo) raste na $\langle a, b \rangle$.
 - (3 boda) Dokažite: ako funkcija raste i derivabilna je na $\langle a, b \rangle$ tada je $f'(x) \geq 0$, $x \in \langle a, b \rangle$.
 - (2 boda) Objasnite kako iz poznavanja derivacije možete odrediti lokalne ekstreme funkcije.
- Neka je $f(x) = x + 1$.
 - (1 bod) Argumentirajte integrabilnost f na $[1, 2]$.
 - (2 boda) Izračunajte jednu integralnu sumu za $\int_1^2 f(x)dx$, te argumentirajte vrijednost integrala.
 - (1 bod) Što je primitivna funkcija?
 - (1 bod) Kako izračunati Riemannov (određeni) integral pomoću primitivne funkcije? Navedite teorem i izračunajte gornji integral.
- Neka je $y(x) = e^{x^2+2x}$.
 - (1 bod) Izračunajte derivaciju funkcije y .
 - (1 bod) Pokažite da funkcija y zadovoljava diferencijalnu jednačinu
$$y' = 2(x + 1)y.$$
 - (2 boda) Odredite sva rješenja ove diferencijalne jednačine.

Napomena. Ovaj papir predajte zajedno s papirima na kojima ste rješavali zadatke.

1	2	3	4	5	Σ

Zadaci (28 bodova)

1. (4 boda) Neka je $f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 - 8x - 48}{3x^3 + x^2 - 38x + 24}$, izračunajte $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ te $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ za $c = 3$, $c = 1$ i $c = -4$.

2. Izračunajte:

(a) (2 boda) $f'(x)$ za $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + 2x) + \cos(x^2 - 2x + 1) - e^{-x}$,

(b) (3 boda) $\int \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx$.

3. (10 bodova) Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$. Odredite jednadžbu i nacrtajte tangentu na graf funkcije $f(x)$ u točki $x = 1$. Ima li i u kojim točkama funkcija $f(x)$ lokalni/globalni minimum/maksimum?

4. (4 boda) Izračunajte: $\int_1^2 \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx$.

5. (5 bodova) Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$.