

1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Prvi kolokvij, 15.11.2013.

Teorijska pitanja (18 bodova)

- (3 boda) Definirajte množenje matrica, iskažite svojstvo asocijativnosti, te dokažite da množenje nije komutativno.
- (3 boda) Iskažite Kronecker–Capellijev teorem. Objasnite koliko rješenja može imati sustav s 10 jednažbi i 11 nepoznanica.
- (4 boda) Definirajte pojmove linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora. Navedite tri vektora tipa 4×1 koji su linearno nezavisni, te tri vektora istog tipa koji su linearno zavisni. Tvrdnje dokažite.
- (3 boda) Navedite sve postupke računanja determinante matrice reda 4 koje znate, te detaljno objasnite jedan način.
- (3 boda) Zaokružite *T* ako je tvrdnja točna, a *N* ako je netočna.

Za kvadratne matrice vrijedi $(A + B)^T = A^T + B^T$.	T	N
Sustav 6 jednažbi s 5 nepoznanica ne može imati rješenja.	T	N
Vektori $[1 \ 0 \ 0]^T$, $[1 \ 0 \ 1]^T$ su linearno nezavisni.	T	N
Zamjena dva stupca u determinanti ne mijenja vrijednost determinante.	T	N
$\det A = 0$ ako i samo ako A nije punog ranga.	T	N
Za sve kvadratne matrice vrijedi $\det(2A) = 2 \det A$.	T	N
- (2 boda) Definirajte kut između dva vektora. Izračunajte kut između vektora $[1 \ 1]^T$ i $[-1 \ 1]^T$.

Napomena. Ovaj papir predajte zajedno s papirima na kojima ste rješavali zadatke.

1	2	3	4	5	6	Σ

Zadaci (28 bodova)

1. (4 boda) Izračunajte duljine stranica i kut između \vec{AB} i \vec{AC} trokuta s vrhovima

$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. (4 boda) Riješite sustav linearnih jednadžbi Gaussovom metodom eliminacija.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_4 &= -2 \\ 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= -3 \end{aligned}$$

3. Izračunajte:

(a) (1 bod) $2A - B$, za $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$,

(b) (2 boda) $\begin{bmatrix} -2 & -3 & 4 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(c) (3 boda) inverz matrice $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, ako postoji.

4. (4 bodova) Riješite jednadžbu $\begin{vmatrix} x+1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -4$.

5. (4 boda) Odredite volumen tetraedra i volumen paralelepipeda razapetih vektorima

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

6. Postoji li ili ne svaki od sljedećih skupova? Dajte primjer ukoliko postoji, odnosno objasnite zašto ne postoji, ukoliko ne postoji.

(a) (1 bod) Skup od 4 nezavisna vektora tipa 4×1 .

(b) (1 bod) Skup od 4 zavisna vektora tipa 5×1 .

(c) (2 boda) Skup od 5 međusobno okomitih vektora tipa 6×1 .

(d) (2 boda) Skup od 2013 međusobno nezavisnih vektora tipa 2012×1 .