

Zadaci za vježbu

Tangenta i normala, kut između krivulja, tok funkcije, integrali

ZADATAK 1.

- Odredite tangentu na funkciju $f(x) = x^2 - 7x + 3$ paralelnu s pravcem $y = -5x + 3$.
- Odredite jednadžbu normale na krivulju $f(x) = \sqrt{x + \frac{3}{2}}$ koja prolazi ishodištem.
- Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju $f(x) = x^x$ u točki s apscisom $x_0 = 1$.

ZADATAK 2.

- Odredite kut između krivulji $y = x^2 - 1$ i $y = x^2 - 2x - 3$.
- Odredite kut između krivulji $y = \frac{2}{x}$ i $y = 2\sqrt{x}$.

ZADATAK 3. Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije:

- $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$,
- $f(x) = x \ln x$.

ZADATAK 4. Izračunajte integrale

- $\int \frac{x^2 + 5x - 1}{\sqrt{x}} dx$,
- $\int e^{3 \cos x} \sin x dx$,
- $\int \frac{e^{2x}}{1 - 3e^{2x}} dx$,
- $\int x^2 e^x dx$,
- $\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.

ZADATAK 5. Izračunajte integrale

a) $\int_0^1 \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx,$

b) $\int_1^e \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx,$

c) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}},$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx,$

e) $\int_0^1 x 2^x dx.$

Rješenja

ZADATAK 1.

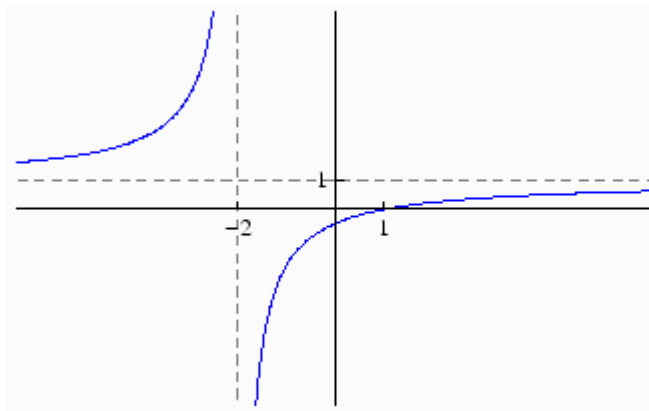
- a) $y = -5x + 2$.
- b) $y = -2x$.
- c) $y = x, y = -x + 2$.

ZADATAK 2.

- a) $\operatorname{arctg} \frac{2}{9} \approx 0.219 \approx 12.53^\circ$.
- b) $\operatorname{arctg} \frac{4}{3} \approx 0.927 \approx 53.13^\circ$.

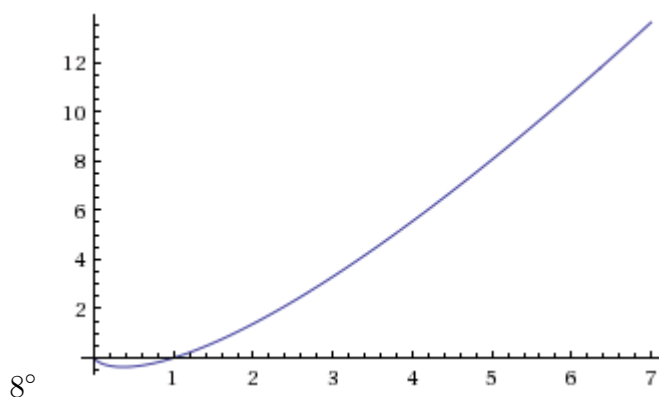
ZADATAK 3.

- a) 1° $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- 2° Nultočka je $(1, 0)$.
- 3° **V. A.** $x = -2$ je vertikalna asimptota.
- H. A.** $y = 1$ je horizontalna asimptota.
- K. A.** Nema kosih asimptota.
- 4° Nema ekstrema.
- 5° f je rastuća na $\langle -\infty, -2 \rangle$ i na $\langle -2, +\infty \rangle$.
- 6° Nema točki infleksije.
- 7° f je konveksna na $\langle -\infty, -2 \rangle$ i konkavna na $\langle -2, +\infty \rangle$.



8°

- b) 1° $\mathcal{D}_f = \langle 0, +\infty \rangle$.
 2° Nultočka je $(1, 0)$.
 3° **V. A.** Nema vertikalnih asimptota.
H. A. Nema horizontalnih asimptota.
K. A. Nema kosih asimptota.
 4° $(e^{-1}, -e^{-1})$ je lokalni minimum.
 5° f je padajuća na $\langle 0, e^{-1} \rangle$ te rastuća na $\langle e^{-1}, +\infty \rangle$.
 6° Nema točki infleksije.
 7° f je konveksna na $\langle 0, +\infty \rangle$.



ZADATAK 4.

- a) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{10}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C$. c) $-\frac{1}{6}\ln|1 - 3e^{2x}| + C$.
 b) $-\frac{1}{3}e^{3\cos x} + C$. d) $(2 - 2x + x^2)e^x + C$.
 e) $2(1 + \sqrt[3]{x})^{\frac{3}{2}} + C$.

ZADATAK 5.

- a) $-\frac{1}{10\ln 2} + \frac{8}{5\ln 5}$. d) $\frac{\pi}{2} - 1$.
 b) $2\sqrt{e} - \frac{3}{2}$.
 c) $2\sqrt{2} - 2$. e) $\frac{2\ln 2 - 1}{\ln^2 2}$.