1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Prvi kolokvij, 3. prosinca 2015.

Teorijska pitanja (18 bodova)

1. *(2 boda)* Definirajte množenje matrica. Dokažite da množenje nije komutativno.

2. *(4 boda)* Definirajte pojmove linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora. Je li skup vektora

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

linearno nezavisan? Kakav je skup ako im dodamo još jedan ne-nul vektor iz $\mathbb{R}^4$? Argumentirajte!

3. *(3 boda)* Iskažite Kronecker–Capellijev teorem. Koliko rješenja može imati sustav 9 jednadžbi i 6 nepoznanica? Obrazložite!

4. *(3 boda)* Definirajte determinantu, te objasnite i obrazložite postupak računanja pomoću Gaussovih transformacija.

5. *(3 boda)* Definirajte inverznu matricu i objasnite i argumentirajte postupak računanja.

6. *(3 boda)* Definirajte skalarni produkt u $\mathbb{R}^3$. Kako se računa iz koordinata? Kako je karakterizirana okomitost vektora pomoću skalarnog produkta?

Napomena. Ove papire predajte zajedno s papirima na kojima ste rješavali zadatke.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ

Matični Broj

Ime i Prezime

Zadaci (28 bodova)

1. (*2 boda*) Odredite $x, y \in \mathbb{R}$ tako da matrice A i B komutiraju, pri čemu je

$$A = \begin{pmatrix} x & -1 \\ x+y & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ y & x \end{pmatrix}.$$

2. (*6 bodova*) U ovisnosti o parametru a riješite sustav

$$\begin{aligned} x + 2y + (3-a)z &= 1, \\ x + y - 2z &= -2, \\ ax + (2a+1)y + 5z &= 3. \end{aligned}$$

3. (*3 boda*) Odredite rang matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. (*3 boda*) Odredite sve realne brojeve x za koje je matrica

$$\begin{pmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{pmatrix}$$

singularna.

5. (*2 boda*) Neka je $A^3C - 2C = B$. Odredite $\det(C^{-2})$ ako je $\det B = 5$ i $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6. (*4 boda*) Riješite matričnu jednadžbu $A(A^{-1} + X^{-1}) + (XA)^{-1} = 2I$ ako je

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. (*2 boda*) Odredite kut između vektora $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ i $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$ ako za vektore $\vec{p}$ i $\vec{q}$ vrijedi $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$ i $\sphericalangle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.

8. (*3 boda*) Odredite površinu trokuta kojem su vrhovi $A(1,2,3)$, $B(2,0,-1)$ i $C(1,3,5)$.

9. (*3 boda*) Neka je točka T presjek pravca

$$p \ldots \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$$

i ravnine

$$\pi \ldots x + y + z = 11.$$

Napišite kanonski oblik jednadžbe pravca koji prolazi kroz točku T i točku $S(3,0,2)$.