

НАС: ЗА L СИМЕТРИЧАН, МОЋЕМО ОДАБРАТИ $(\chi^2)_u$
БАЗУ СУГСТВЕНИХ ВЕКТОРА ЗА L .

У ТОМ СЛУЧАЈУ МОЋЕ СЕ (ЗБОГ) КОРИСТЕТИ
НЕЈЕДНАКОСТ

$$\beta \|u\|_{H^2(\Omega)}^2 \leq (Lu, -\Delta u) + \gamma \|u\|_{L^2(\Omega)}^2$$

TEOREM 6 (REGULARNOST VIŠEG REDA)

NEKA JE $g \in H^{2m+1}(\Omega)$, $\frac{d^k f}{dt^k} \in L^2(0, T; H^{2m-2k}(\Omega))$, $k \in \{0, \dots, m\}$

NEKA VRJEDE UVJETI KOMPATIBILNOSTI REDA m

$$g_0 := g \in H_0^1(\Omega), \quad g_1 := f(0) - Lg_0 \in H_0^1(\Omega)$$

$$\dots, \quad g_m := \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}}(0) - Lg_{m-1} \in H_0^1(\Omega).$$

TADA

$$\frac{d^k u}{dt^k} \in L^2(0, T; H^{2m+2-2k}(\Omega)), \quad k=0, \dots, m+1$$

$$\sum_{k=0}^{m+1} \left\| \frac{d^k u}{dt^k} \right\|_{L^2(0, T; H^{2m+2-2k}(\Omega))} \leq C \left(\sum_{k=0}^m \left\| \frac{d^k f}{dt^k} \right\|_{L^2(0, T; H^{2m-2k}(\Omega))} + \|g\|_{H^{2m+1}(\Omega)} \right)$$

KONSTANTA C OVISI O m, Ω, T, L .

HAP:

KOMPATIBILNOST R.U
i P.U

$u=0$ NA $\partial\Omega \times \{0, T\}$
 $u=g$ NA $u \times \{0, T\}$

VEĆ SMO IMALI U TH5: $g \in H_0^1(\Omega)$

HATHE 12) JE U: $u \in L^2(0, T; H^2(\Omega))$ IMA §5.9.2
 $u' \in L^2(0, T; L^2(\Omega)) \Rightarrow u \in C([0, T]; H^1(\Omega))$

$$u|_{\partial\Omega} \in C([0, T]; L^2(\partial\Omega))$$

SLIČNO IMA I DAZNJI UVJETI KOMPATIBILNOSTI. HATHE

$$u_t|_{t=0} = f(\cdot) - Lu|_{t=0} = f(\cdot) - Lg_0 \in H_0^1(\Omega)$$

IGR RELIĆU

$$u'' \in L^2(0, T; L^2(\Omega)), \quad u' \in L^2(0, T; H^2(\Omega)), \quad u \in L^2(0, T; H^4(\Omega))$$

PA Slično

$$u' \in C([0, T]; H^1(\Omega))$$

DOK: INDUKCIJOM PO m

BAZA: $m=0$ TH5

KORAK: $\bar{u} = u|_E$ ZAPOVOLJAVAJUĆI

$$\bar{u}|_E + L\bar{u} = \bar{f} \quad \text{u } U_T$$

$$\bar{u} = 0 \quad \text{NA } \partial U \times \{0, T\}$$

$$\bar{u} = \bar{g} \quad \text{NA } U \times \{0\}$$

$$\bar{f} = f|_E, \quad \bar{g} = f|_{E \times \{0\}} - Lg.$$

TH5 \Rightarrow REZULTAT ...

TEOREM 7 HEKA JE

$$g \in C^r(\bar{U}), \quad f \in C^r(\bar{U}_T)$$

HEKA VRJEDE UJENI KOMPATIBILNOSTI REDA m , $m=0, 1, \dots$

TADA JE

$$u \in C^r(\bar{U}_T).$$

DOK: TH6 ZA $m=0, 1, \dots$

NAZ: KAO ZA ELIPTIČKE JEDNAČINE u § 6.3.1

HOĆU SE DOBITI SVOJNA REGULARNOST NA INTERIJORU.

ZA TO NE TREBAJU UJENI KOMPATIBILNOSTI: