

SLOŽENOST ALGORITAMA

27. 9. 2007.

1. Zadan je skup od n poslova koje treba izvršiti. Izvršenje svakog posla traje jednu
(70) jedinicu vremena (na pr. 1 sekundu). U svakom trenutku $t = 1, 2, \dots$, možemo izvršiti točno jedan posao. Posao i , $1 \leq i \leq n$, donosi profit g_i , ako i samo ako je njegovo izvršavanje započeto najkasnije do trenutka d_i . Treba naći redoslijed izvršavanja poslova koji maksimizira ukupni profit. Može se dogoditi da je neke poslove nemoguće izvršiti u zadanom roku, tj. oni ne donose profit. Zbog toga treba naći broj k poslova čije izvršavanje donosi maksimalan profit i redoslijed i_1, i_2, \dots, i_k izvršavanja tih k poslova.

(a) Nađite rješenje za $n = 4$ posla i slijedeće profite i rokove:

i	1	2	3	4
g_i	50	10	15	30
d_i	2	1	2	1

.

(b) Sastavite algoritam koji nalazi optimalni redoslijed izvršavanja poslova. Treba vratiti broj k i polje *red* duljine k , s tim da $red[j] = i$ znači da posao i treba izvršiti kao j -ti po redu. Dokažite optimalnost algoritma.

(c) Analizirajte složenost tog algoritma.

(Bodovi: (a) = 15, (b) = 35, (c) = 20.)

2. Neka je $T[1..n]$ uzlazno sortirano polje od n međusobno različitih cijelih brojeva.
(50) Brojevi mogu biti i negativni. Sastavite algoritam koji nalazi “fiksnu točku” polja T , ako ona postoji, tj. indeks i takav da je $T[i] = i$. Ako fiksna točka ne postoji, treba vratiti $i = 0$. Složenost tog algoritma mora biti $O(\log n)$ u najgorem slučaju. Dokažite da nađeni algoritam zadovoljava taj zahtjev.

REZULTATI: petak, 28. 9. 2007. u 13:30 sati.

Saša Singer

Dozvoljena pomagala: Tablice i formule, kalkulator.