SLOŽENOST ALGORITAMA

20. 9. 2004.

1. (60) Neka je $P_1, P_2, \ldots, P_n$ skup od n programa koje treba spremiti na traku zadane duljine L. Program P_i troši komad trake duljine a_i, za $i = 1, \ldots, n$. Pretpostavimo da je $\sum_{i=1}^{n} a_i > L$. Neka je $Q \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ odabrani podskup indeksa onih programa koje ćemo spremiti na traku. Za tako odabrani podskup programa, definiramo faktor iskorištenja trake E

$$E = (\sum_{i \in Q} a_i)/L \quad .$$

   (a) Sastavite algoritam koji nalazi skup Q s najvećim mogućim brojem elemenata, tako da programi s indeksima iz Q stanu na traku. Dokažite da algoritam radi korektno i nađite vodeća dva člana složenosti tog algoritma. Nađite najmanju moguću vrijednost za E.

   (b) Treba naći skup Q koji maksimizira faktor iskorištenja trake E. Sastavite pohlepni algoritam za ovaj problem i nađite vodeća dva člana složenosti tog algoritma. Da li pohlepni algoritam uvijek nalazi optimalno rješenje? Dokažite ili nađite kontraprimjer. Nađite najmanju moguću vrijednost za E u ovom problemu.

(Bodovi: (a) = 30, (b) = 30.)

2. (60) Neka je p polinom stupnja $n = 2^k - 1$ s cjelobrojnim koeficijentima i vodećim koeficijentom (uz x^n) jednakim 1. Polinom p možemo napisati u obliku

$$p(x) = \left(x^{(n+1)/2} + a\right) q(x) + r(x) \quad ,$$

gdje je a konstanta, a q i r su polinomi stupnja $2^{k-1} - 1$. Isti postupak rekurzivno primijenimo na polinome q i r. Na kraju, dobivamo polinom p izražen u terminima polinoma oblika $x^i + c_i$, gdje je i potencija od 2. Dobiveni oblik polinoma p zovemo **pripremljeni oblik**.

   (a) Izrazite polinom $p(x) = x^7 - 5x^6 + 4x^5 - 13x^4 + 3x^3 - 10x^2 + 5x - 17$ u pripremljenom obliku.

   (b) Neka je p zadan u pripremljenom obliku. Izaberite pogodnu strukturu podataka za ovaj prikaz polinoma. Sastavite algoritam koji računa vrijednost $p(x)$, za zadani $x \in \mathbf{Z}$. Nađite točan broj množenja i točan broj zbrajanja u tom algoritmu. Usporedite rezultate s brojem operacija u Hornerovom algoritmu. Kolika je ušteda?

(Bodovi: (a) = 20, (b) = 40.)

REZULTATI: danas, ponedjeljak, 20. 9. 2004. u 12:30 sati. Saša Singer

Dozvoljena pomagala: Tablice i formule, kalkulator.