

SLOŽENOST ALGORITAMA

9. 7. 2007.

1. Zadana je rekurzivna relacija
(40)

$$T(n) = aT(n/b) + f(n) \quad , \quad n = b^i \quad , \quad i \geq 1 \quad ,$$

uz početni uvjet $T(1) = d$, gdje su a, d realni pozitivni brojevi i b cijeli broj, $b \geq 2$. Neka je $p = \log_b a$ i $f(n) = n^p / \log n$. Nađite i dokažite uvjetno asimptotsko ponašanje relacijom Θ za rješenje $T(n)$, ako je n potencija od b . Da li se dobiveno rješenje može proširiti tako da asimptotsko ponašanje vrijedi bezuvjetno, za svaki dovoljno veliki $n \in \mathbf{N}$, ako u rekurziji piše $\lfloor n/b \rfloor$, umjesto n/b ?

2. Zadan je sustav linearnih jednadžbi $Ax = b$, reda $n = 2^k$, $k \in \mathbf{N}$, gdje je A
(80) trodijagonalna matrica. Svaku nepoznanicu x_i , neparnog indeksa i , možemo iz i -te jednadžbe izraziti preko x_{i-1} i x_{i+1} , uz dogovor $x_0 = 0$.

- (a) Dokažite da se eliminacijom svih nepoznanica neparnog indeksa dobiva linearni sustav istog oblika, reda $n/2$. Koja je veza novih i starih nepoznanica?
- (b) Ako ovaj postupak primijenimo rekurzivno, dobivamo algoritam za rješenje polaznog linearnog sustava, uz pretpostavku da su svi dobiveni sustavi regularni. Sastavite taj algoritam i nađite njegovu složenost.
- (c) Usporedite složenost ovog algoritma i standardnog Gaussovog algoritma eliminacije za trodijagonalne linearne sustave.

(Bodovi: (a) = 15, (b) = 45, (c) = 20.)

REZULTATI: četvrtak, 12. 7. 2007. u 9 sati.

Saša Singer

Dozvoljena pomagala: Tablice i formule, kalkulator.