Stabilno sparivanje, stabilni brakovi

GALE-SHAPLEY ALGORITAM

Uvod

- Začetnici ideje su David Gale i Lyod Shapley
- 1962-ge pitaju se je li moguće napraviti algoritam za upise na fakultete te prijave na posao sa najboljim mogućim ishodom

Primjer

- Zamislimo da imamo fakultet E i budućeg studenta A koji se neće upisati na E

Cilj

i. Svi studenti koji će se upisati na E su bolji od A(po kriteriju fakulteta E)
ii. A je upao na fakultet koji je želio tj ne želi ići na fakultet E

STABILNI BRAKOVI

- N muškaraca i N žena i svakog muškarca želimo spojiti s jednom ženom
- Svaki muškarac rangira te žene te svaka žena rangira te muškarace
  Svako ima listu preferenci, na način da prvu ženu na listi želi najviše a zadnju na listi želi najmanje, analogna je lista preferenci žena
- Pogledajmo to na primjeru 3 muškarca, Stjepan(S), Ivan(I) i Nikola(N), i tri žene, Marija(M), Ana(A) i Tina(T).

Primjer

Stjepan(S)	Ivan(I)	Nikola(N)
M	M	T
A	T	M
T	A	A

Marija(M)	Ana(A)	Tina(T)
N	N	S
S	I	I
I	S	N

Stabilno sparivanje

- Ne smije biti sparivanja na način da muškarac voli neku ženu više od svoje zaručnice a ta žena također voli njega više od svog zaručnika, jel onda će oboje ostaviti svoje zaručnike tj sparivanje je nestabilno
- Kažemo da je sparivanje stabilno ako nije nestabilno
- Navest ćemo 3 moguća sparivanja gore navedenih muškaraca i žena

Primjer

Sparivanje 1	Sparivanje 2	Sparivanje 3
S[M]↔A[N,I]	S[M,A]↔T[]	S[M,A]↔T[]
I[M]↔T[S]	I[]↔M[N,S]	I[M,T]↔A[N]
N[T]↔M[]	N[T,M]↔A[]	N[T]↔M[]

- Nestabilno je sparivanje 2(N voli M više od svoje zaručnice a i M voli N više od svog zarčunika
- Sparivanja 1 i 3 su oba stabilna što nam kaže da sparivanje nije jedinstveno

GALE-SHAPLEY ALGORITAM

- Generalna ideja je da muškarac zaprosi ženu i ona onda odbije ili prihvati
- Može se napraviti i da žene prve prose muškarace
- U prijašnjem primjeru zapravo je sparivanje 1 nastalo tako da su muškarci prvi prosili a sparivanje 3 tako da su žene prve prosile

```
INICIJALIZIRAMO DA SU SVI MUŠKARCI M iz M I W iz W SLOBODNI

DOK GOD POSTOJI SLOBODAN MUŠKARAC KOJI NIJE ZAPROSIO SVAKU ŽENU

{
    IZABERI JEDNOG TAKVOG MUŠKARCA M

    NEKA JE W NAJVIŠE RANGIRANA ŽENA U NJEGOVOJ LISTI PRIORITETA KOJU JOŠ NIJE
     ZAPROSIO

    AKO JE W SLOBODNA ONDA

    (M,W) POSTANU ZARUČENI

    INAČE

    {

        W JE VEĆ ZARUČENA ZA NEKOG MUŠKARCA M'

        AKO W PREFERIRA M VIŠE OD M' ONDA

        {

            PREKINI ZARUKE (M',W)

            STVORI NOVE ZARUKE ( M,W)

            M' JE SADA SLOBODAN

        }

        INAČE

        M OSTAJE SLOBODAN

    }

}
```

ANALIZA GALE-SHAPLY-EVOG ALGORITMA

- *w ostaje zaručena od trenutka kad je prvi puta zaprose i svaki sljedeći partner za kojeg se zaruči je bolji od prethodnog u njenoj listi prioriteta*
- *Žene koje muškarci mogu zaprositi postaju sve „gore”(po njihovoj listi prioriteta)*
- *Algoritam završava nakon najviše* n^2 *iteracija „while“ petlje-to vrijedi ako algoritam vraća savršeno sparivanje(tj da su nakraju algoritma svi našli partnera)*

ANALIZA GALE-SHAPLY-EVOG ALGORITMA

- *Ako je m slobodan u nekom koraku algoritma onda postoji neka žena koju još nije zaprosio*
- *Vraćeni skup parova čini savršeno sparivanje*
- *Izlazni parovi G-S algoritma nastali su stabilnim sparivanjem*
  -Pretpostavimo da postoji neka nestabilnost, to znači da postoje parovi (m,w) i (m',w') gdje:

i. m više voli w' od svoje zaručnice w

ii. w' voli m više od svog zaručnika m'

IMPLEMENTACIJA

- **Ulaz i izlaz:** Ulaz je 2D matrica veličine (2*N)*N gdje je N broj muškaraca i žena
- Redovi od 0 do N-1 reprezentiraju listu preferenci muškaraca a redovi od N do 2*N – 1 reprezentiraju listu preferenci žena
- Dakle muškarci su numerirani od 0 do N-1 a žene su numerirane od N do 2*N – 1
- Izlaz je ispis vjenačnih parova.

IMPLEMENTACIJA

- Imamo dvije funkcije u svakoj je jedna for petlja
- U prvoj funkciji gledamo je li žena slobodna ako je, zaručimo trenutni par a ako nije moramo pozvati drugu funkiju(tj ulazimo u drugu for petlju gdje provjeravamo je li žena preferira trenutnog muškarca nad svojim zaručnikom)
- Stoga je najgora moguća složenost O(n^2) a najbolja O(n).

NAJBOLJI SLUČAJ

- Najbolji slučajevi su ti gdje svi muškarci najviše žele drugačiju ženu, tj nikoja dva ne žele istu
- Ja sam uzela primjer gdje prvi želi prvu, drugi želi drugu i tako dalje
- U tom slučaju uopće nije bitno što žele žene, jel algoritam kaže da će svaka prihvatiti prvu prosidbu a ovdje druge prosidbe neće ni biti, jel su sve žene u početku slobodne a muškarci neće zaprositi iste žene.

NAJGORI SLUČAJ

- Najgori slučajevi su ti gdje svi muškarci i žene imaju istu listu preferenci na način da je ženina lista preferenci u obrnutom redoslijedu od muškarčeve

Muškarci	Žene
1,2,3	**3,2,1**
1,2,3	**3,2,1**
1,2,3	**3,2,1**

REZULTATI TESTIRANJA