

## Saša Singer: Kako izgleda usmeni iz Numeričke (kod mene)?

U principu, pitam ono što sam pričao — samo, više **teorijski**. Nema zadataka, to smo već pitali na kolokvijima. Od “čiste” teorije, pitam:

- činjenice, svojstva, rezultate, izreke (tvrdnji/teorema),

ali mogu pitati i primjere/kontraprimjere (tamo gdje to ima smisla). Dosadne dugačke (tehničke) dokaze **ne** pitam “u detalje”, ali rado pitam

- ideju kako stvar (dokaz) ide — koji su osnovni koraci, bez svih detalja.

Pitanja su relativno široka, pokrivaju neka od područja koja smo radili, tako da se može razgovarati — od općeg problema, prema ponekim detaljima.

### Ideja usmenog = razgovor o temama!

Nekoliko primjera pitanja s natuknicama (nipošto **ne** sugerira da su to sva moguća pitanja/podpitanja):

- Linearni sustavi — osnovne faktorizacije (svrha, izgled, računanje). Koji su mogući problemi u numeričkom računanju kod toga, veza s brojem uvjetovanosti, osjetljivost na “perturbacije”. **NE** pitam čak ni izreke onih teorema koji vežu perturbacije i greške zaokruživanja — to bi bilo bespotrebno štrebanje onih ocjena napamet.
- Interpolacija polinomom — što je problem (što se hoće), osnovni rezultat, kako se može izračunati polinom, prednosti/mane pojedinih oblika. Što se zna o konvergenciji, ocjena greške — kako izgleda. Veza tog s Čebiševljevim polinomima — što se minimizira.
- Hermiteova interpolacija — što je to, kako se zadaju podaci. Obično pređem na “po dijelovima”, s primjenom na kubne splajнове. Može i veza s Gaussovom integracijom. Mogu pitati i proširenu Hermiteovu interpolaciju (zadavanje podataka bez preskakanja derivacija, primjer = Taylor).
- Interpolacija po dijelovima polinomima — svrha, prednosti. Kako to izgleda na pojedinom intervalu, uvjeti “ljepljenja”. Kako se dobiju razne vrste “po dijelovima kubne” interpolacije = Hermiteova, kvazi-Hermiteova interpolacija (aproksimacija derivacije — razne mogućnosti), kubni splajn. Kubni splajn (neprekidnost druge derivacije u čvorovima), na koji problem to vodi (tridijagonalni linearni sustav, zašto to ima rješenje). Kvaliteta interpolacije po dijelovima (red konvergencije), uvjet na mrežu čvorova za konvergenciju.
- Diskretni najmanji kvadrati — što je problem (puno podataka, želi se funkcija s malo parametara), oblici aproksimacije, obična formulacija problema (suma kvadrata grešaka u min). Kako se dobije rješenje za pravac. Kad to ima rješenje (i primjer kad nema), zašto je to minimum. Može i zaokret — što ako imam nelinearni problem, primjer linearizacije.

Što se može desiti kad imam malo više parametara (loše uvjetovan linearni sustav). Može onda — matična formulacija, normalne jednadžbe, odnosno, primjena QR faktorizacije. Može i što je QR faktorizacija, računanje QR (rotacije/reflektori), kako se poništava.

- Nепrekidni najmanji kvadrati — definicija skalarnog produkta (integral s nekom težinom, kakva je težina). Formulacija problema, rješenje za pravac. Sustav normalnih jednadžbi i problem kod aproksimacije polinomima (primjer = Hilbertova matrica). Zašto nema analogije s QR faktorizacijom za rješenje. Prednost ortogonalnih funkcija.
- Ortogonalni polinomi — što je to (skalarni produkt, opći slučaj = integral s nekom težinom, kakva je težina). Što vrijedi za ortogonalne polinome (rekurzija, nultočke). Primjer — Čebiševljevi polinomi. Primjena ortogonalnih polinoma kod Gaussove integracije.
- Generalizirana Hornerova shema — što se hoće = suma konačnog dijela razvoja po funkcijama koje zadovoljavaju neku (tročlanu) rekurziju. Kako se dobije algoritam sličan običnom Horneru za polinome. Složenost. Primjeri — Čebiševljevi polinomi, trigonometrijske funkcije (Fourier).
- Numerička integracija — opći izgled formule (težine, čvorovi, što može biti zadano), kako se određuju parametri (egzaktnost na polinomima), razlika NC/Gaussove formule. Koliki stupanj egzaktnosti (na polinomima) se dobije, standardni teoremi o tome. Konvergencija tih formula, problem kod NC, zašto produljene formule niskog reda (a ne visokog), odnosno, što vrijedi za Gaussove formule.
- Newtonova metoda za nultočke, “izvod” = nultočka tangente (tj. linearna aproksimacija u trenutnoj točki), kvadratna konvergencija, mora li konvergirati, što je lokalna konvergencija (start dovoljno blizu) i vrijedi li to kod Newtona, kad imamo globalnu konvergenciju (izbor startne točke), što se zbiva za višestruke nultočke, popravak metode.

Mogu pitati i kako izgleda metoda sekante, razlika od Newtona, prednosti/mane, brzina konvergencije (brže od linearne, a sporije od Newtona).

Jednostavne iteracije — što je to, osnovni teoremi o fiksnoj točki, konvergencija, brzina (za neprekidne iteracijske funkcije). Kako dobijem metode višeg reda konvergencije — izreka teorema, primjena/primjer na Newtonovoj metodi.