

Numerička analiza (osnovni kolegij) (60 sati)

Sažetak

Ovo je osnovni jednogodišnji kolegij iz Numeričke analize, predviđen kao priprema za doktorski ispit iz Numeričke matematike. U kolegiju se na moderan način izlažu neka klasična područja numeričke analize, s naglaskom na praktičnu primjenu teorijskih rezultata.

Sadržaj

- **Greške i stabilnost.** Izvori grešaka u numeričkom računanju. Aritmetika računala i greške zaokruživanja. Stabilnost problema i algoritama. Računanje vrijednosti polinoma i nekih elementarnih funkcija u zadanoj točki.
- **Sustavi linearnih jednadžbi.** Direktne metode, Gaussove eliminacije, LU faktorizacija. Analiza stabilnosti algoritama, teorija perturbacija za linearne sustave. Pozitivno definitni sustavi, faktorizacija Choleskog. Indefinitni sustavi.
- **Interpolacija.** Interpolacija polinomima, ocjena greške, konvergencija, optimalni izbor čvorova. Hermiteova interpolacija. Numeričko deriviranje. Po dijelovima polinomna interpolacija, linearni i kubični splajn, B-splajnovi. Trigonometrijska i racionalna interpolacija, verižni razlomci.
- **Aproksimacija.** Aproksimacija u raznim normama. Diskretni problem najmanjih kvadrata, QR faktorizacija, generalizirani inverz, dekompozicija singularnih vrijednosti (SVD). Neprekidni problem najmanjih kvadrata. Ortogonalni sustavi funkcija. Ortogonalni polinomi — neprekidni i diskretni. Generalizirana Hornerova shema. Neprekidna i diskretna Fourierova aproksimacija. Minimaks i skoro–minimaks aproksimacija. Izgladivanje podataka.
- **Numerička integracija.** Newton–Cotesove formule. Produljene formule. Trapezna formula za periodičke funkcije, Euler–MacLaurinova formula, Rombergov algoritam, eksponencijalne transformacije. Gaussova integracija.
- **Rješavanje nelinearnih jednadžbi.** Metoda raspolavljanja (bisekcije), jednostavne funkcijske iteracije, Newtonova metoda. Opća teorija iteracijskih funkcija s jednom točkom. Metoda sekante. Sustavi nelinearnih jednadžbi, Newtonova metoda.
- **Problem svojstvenih vrijednosti.** Opća teorija za simetrični i nesimetrični svojstveni problem. Svođenje na Hessenbergovu i tridijagonalnu formu. Algoritmi za simetrične matrice, klasični Jacobijev algoritam, QR iteracije, moderne metode (pregled). Algoritmi za računanje SVD. Algoritmi za nesimetrične matrice.
- **Numeričko rješavanje običnih diferencijalnih jednadžbi.** Diskretizacija i konačne razlike (diferencije). Inicijalni problemi. Jednokoračne metode, eksplisitna i

implicitna Eulerova metoda, Runge–Kutta metode. Višekoračne metode, prediktor–korektor parovi. Opća teorija linearnih diferencijskih shema, konzistencija, stabilnost, konvergencija (kratki pregled). Rubni problemi, metoda konačnih diferencija.

- **Numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi.** Neki praktični problemi i česte jednačbe u praksi. Konačne razlike u vremenskoj i prostornim varijablama. Paraboličke jednačbe, eksplicitna, implicitna i Crank–Nicolsonova metoda. Nelinearni problemi. Eliptički problemi, Laplaceova i Poissonova jednačba na pravokutniku, diferencijske sheme, konačni elementi, nepravilne domene. Hiperbolički problemi (kratki pregled).
- **Iterativne metode za linearne sustave.** Opća teorija iterativnih metoda, Jacobijeva, Gauss–Seidelova i SOR metoda. Optimalni izbor relaksacijskog parametra za posebne sustave. Usporedba iterativnih metoda za diskretnu Poissonovu jednačbu na kvadratu. Multigrid metode.

Literatura

1. K. E. Atkinson: *An Introduction to Numerical Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1988.
2. J. W. Demmel: *Applied Numerical Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, 1997.
3. W. Gautschi: *Numerical Analysis, An Introduction*, Birkhäuser, Boston, 1997.
4. N. J. Higham: *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, Second Edition, SIAM, Philadelphia, 2002.
5. J. Stoer, R. Bulirsch: *Introduction to Numerical Analysis*, Second Edition, Texts in Applied Mathematics 12, Springer Verlag, New York, 1992.

Dodatna literatura

1. W. Cheney, D. Kincaid: *Numerical Mathematics and Computing*, Fourth Edition, Brooks/Cole, Pacific Grove, 1999.
2. R. M. M. Mattheij, S. W. Rienstra, J. H. M. ten Thijsse Boonkamp: *Partial Differential Equations: Modeling, Analysis, Computation*, SIAM, Philadelphia, 2005.
3. A. Ralston, P. Rabinowitz: *A First Course in Numerical Analysis*, Second Edition, McGraw–Hill, Singapore, 1978.
4. M. Schatzman: *Numerical Analysis, A Mathematical Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 2002.