MODULARNE FORME: ČETVRTA ZADAĆA

(1) (1. i 2. zadatak iz odjeljka 4.3 knjige "Introduction to Elliptic curves and Modular Forms".) Neka je $\xi = (\alpha, \phi(\tau)) \in G$ i neka je $\Gamma' \subset \Gamma_0(4)$ kongruencijska podgrupa, i neka je $\Gamma'' = \Gamma' \cap \alpha^{-1}\Gamma'\alpha$. Za $\gamma \in \Gamma''$ definirajmo $t(\gamma)$ relacijom $\xi\tilde{\gamma}\xi^{-1} = \tilde{\gamma}_1 \cdot (1, t(\gamma))$, gdje je $\gamma_1 = \alpha\gamma\alpha^{-1}$. Ovdje $\tilde{\gamma}$ označava podizanje elementa $\gamma \in \Gamma_0(4)$ do G, tj. $\tilde{\gamma} = (\gamma, j(\gamma, \tau))$.

(a) Pokažite da preslikavanje t ovisi samo o α, a ne o $\phi(\tau)$ (iz ξ). Dokažite da je t homomorfizam grupa sa Γ'' u $T = \{\pm 1, \pm i\}$.

(b) Neka je $K \subset \Gamma''$ jezgra od t. Dokažite da je $\tilde{K} = \tilde{\Gamma'} \cap \xi^{-1}\tilde{\Gamma'}\xi$.

(c) Neka je $f \in M_{k/2}(\tilde{\Gamma'})$. Dokažite ako je t netrivijalan da onda vrijedi $f[\tilde{\Gamma'}\xi\tilde{\Gamma'}]_{k/2} = 0$.

(d) Dokažite da je $t(\gamma) = \left(\frac{n}{d}\right)$, za $\alpha = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{smallmatrix}\right)$ i $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) \in \Gamma_0(4) \cap \alpha^{-1}\Gamma_0(4)\alpha$.