

NATJECANJA IZ MATEMATIKE – PRAKTIČNI SAVJETI

Matija Bašić, PMF-MO

*Županijsko stručno vijeće učitelja
matematike Grada Zagreba*

Zagreb, 13. 12. 2016.

NACIONALNI OKVIRNI KURIKULUM MATEMATIKA

Domene

- brojevi
- algebra i funkcije
- oblik i prostor
- mjerenje
- podatci
- infinitezimalni račun

Procesi

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologija

GENERIČKE KOMPETENCIJE (ONK)

Oblici mišljenja

- Rješavanje problema i donošenje odluka
- Metakognicija
- Kriičko mišljenje
- Kreativnost i inovativnost

Osobni i socijalni razvoj

- Upravljanje sobom
- Upravljanje obrazovnim i profesionalnim razvojem
- Povezivanje s drugima
- Aktivno građanstvo

Oblici rada i korištenje alata

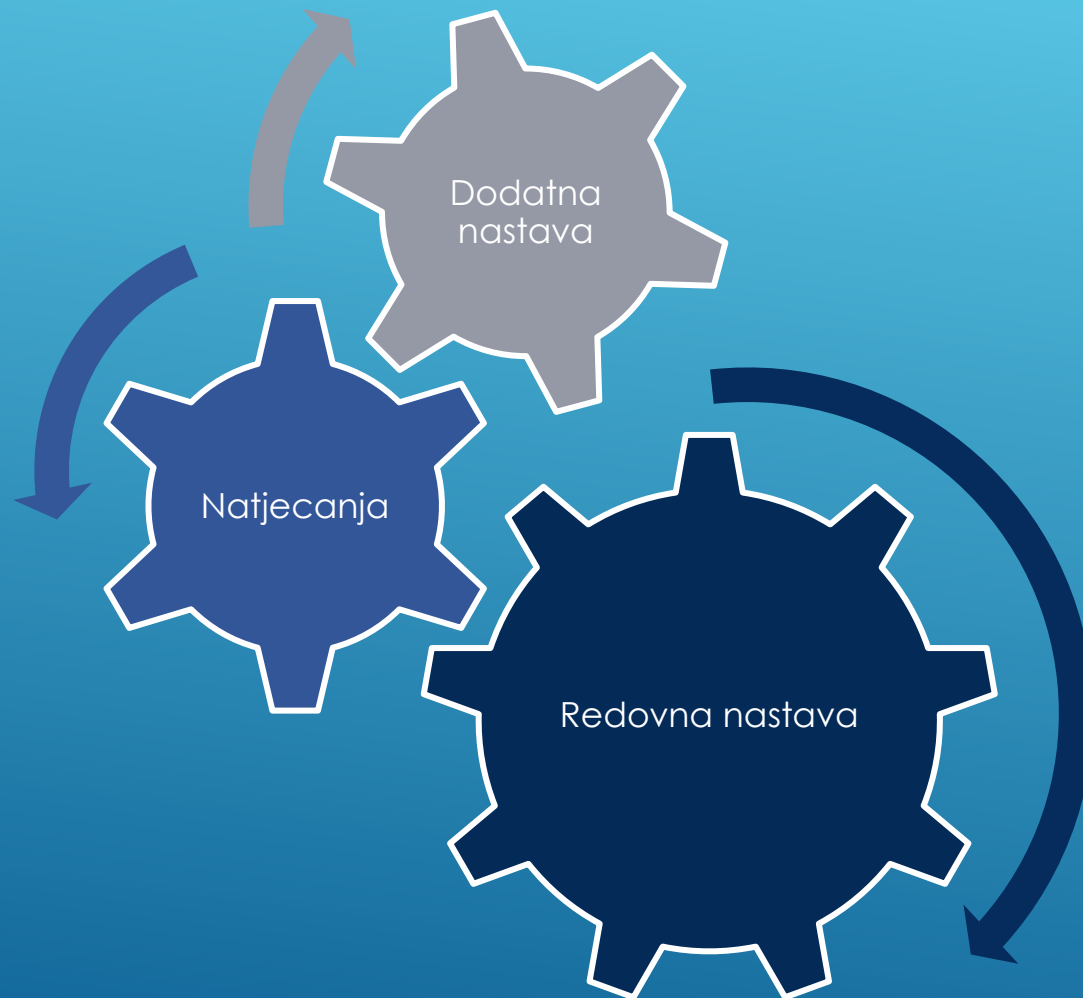
- Komunikacija
- Suradnja
- Informacijska pismenost
- Digitalna pismenost

ŠTO SU “KOMPETENCIJE ZA 21. STOLJEĆE”?

- ▶ znanja, vještine, sposobnosti i *stavovi*
- ▶ potrebe modernog društva, zanimanja budućnosti
- ▶ EU inicijativa: Lisabon Agenda (2000-2010) i Europe 2020
 - ▶ održivi ekonomski razvoj, društvo temeljeno na znanju, promicanje aktivnog građanstva. ostvarivanje cjeloživotnog obrazovanja i mobilnosti, podrška državama EU u razvoju vlastitih obrazovnih sustava i poboljšavanju kvalitete i efikasnosti, poticanje kreativnosti, inovativnosti i poduzetništva
 - ▶ **matematička kompetencija** i osnovne kompetencije u prirodoslovlju i tehnologiji – jedna od osam ključnih kompetencija Europskog referentnog okvira za cjeloživotno učenje
- ▶ Mathematics Education: Relevant, Interesting and Applicable
 - ▶ projekt sufinanciran u sklopu Erasmus+ programa
 - ▶ PMF koordinator projekta, partneri iz Slovenije, Danske i Nizozemske
 - ▶ www.meria-project.eu



REDOVNA I DODATNA NASTAVA



NAČELA I CILJEVI NATJECANJA IZ MATEMATIKE

1. pravednost i transparentnost

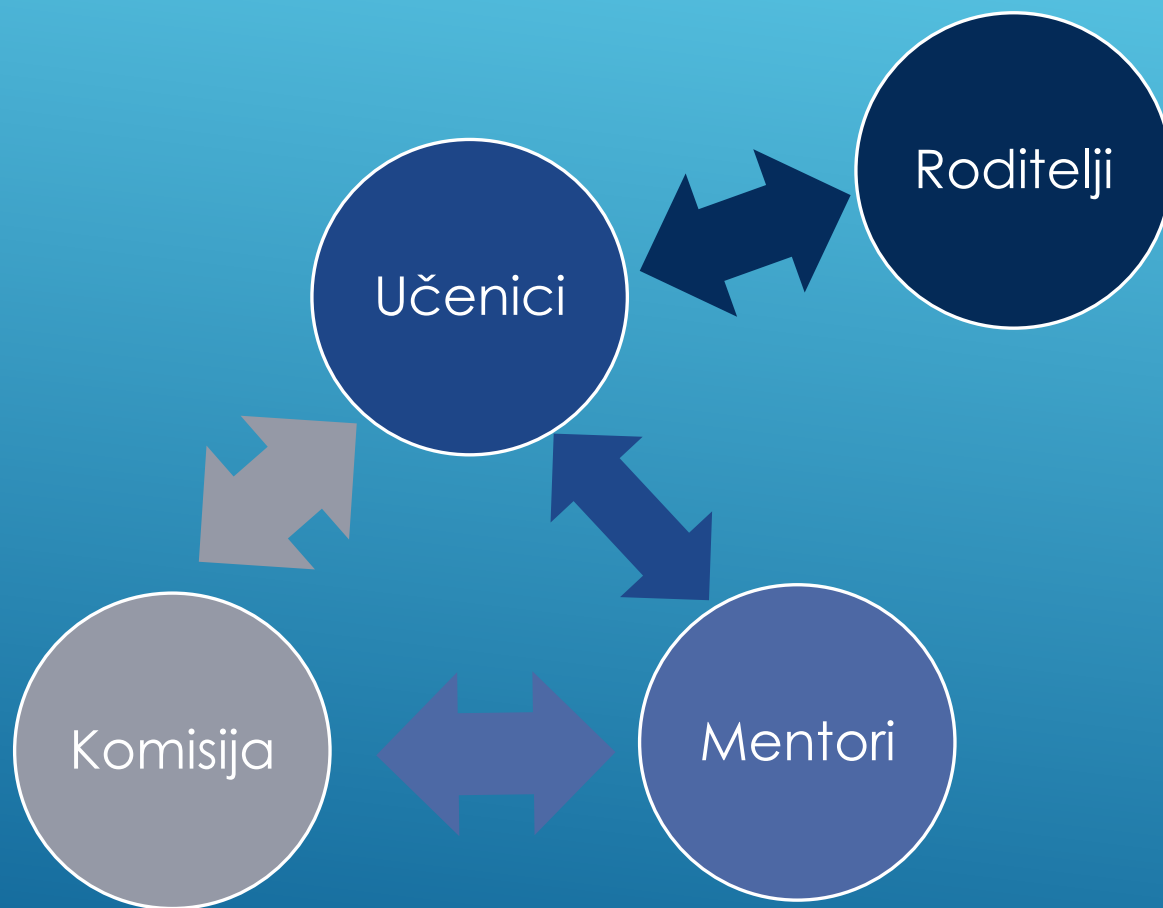
2. poticanje izvrsnosti

3. promicanje znanosti kao pokretača razvoja modernog društva

4. popularizacija matematike i uključivost svih učenika

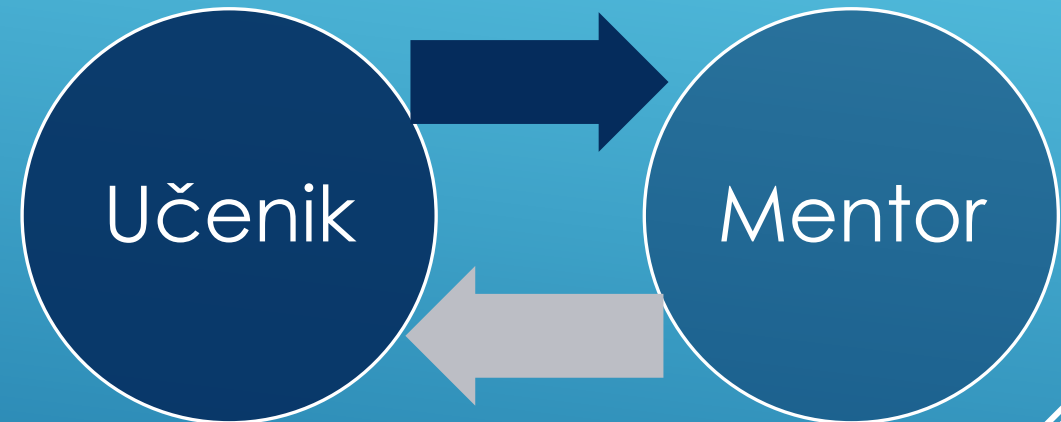
5. sinergijsko djelovanje svih sudionika

NAČELO SINERGIJSKOG DJELOVANJA



ULOGA MENTORA

- **partnerski odnos, autoritet temeljen na znanju**
- poticanje autonomnog učenja, preuzimanja odgovornosti i razvoj samopouzdanja
- poticanje individualnosti, razvoj vlastitog pristupa rješavanju problema
- pomoć u integraciji, zaštita od ruganja
- podrška u nošenju sa stresom i pritiskom
- prikaz pogrešaka kao ishodište za učenje i kao sastavni dio života
- isticanje temeljne uloge matematike u razvoju društva, veza sa svakodnevnim životom i primjenama



KAKO OSIGURATI SVA NAČELA ISTOVREMENO?



poticanje izvrsnosti



popularizacija

PRAVEDNOST I TRANSPARENTNOST

Hrvatska
matematička
olimpijada

revizija
županijskog
natjecanja

VREDNOVANJE NATJECATELJA

Natjecanje

sumativno vrednovanje
(vrednovanje naučenog)

vanjsko vrednovanje

normativno vrednovanje



Dodatna nastava

formativno vrednovanje (vrednovanje
kao učenje i vrednovanje za učenje)

samovrednovanje

SMJERNICE ZA IZRADU BODOVNE SCHEME

Idealna situacija: prvo vidjeti sve testove, a onda izraditi kriterije bodovanja

Samostalno riješiti zadatak

Prikupiti što više različitih rješenja

Odrediti ključne korake – lakše napraviti shemu s manjim rasponom bodova

Revidirati i usporediti bodovanja različitih rješenja

Pojasniti specifične situacije napomenama

NATJECANJA IZ MATEMATIKE I KOMPETENCIJE

*Mane klasičnog pristupa podučavanja
(nastavnik prezentira rješenja zadataka
kao ilustraciju određene metode):*

nedostatak vremena
da se "pokriju sve
metode"

učenici su pasivni i ne
usvajaju način
razmišljanja

nedostaje izgradnja
samopouzdanja i
samostalnosti
učenika

učenik ne
prepoznaje ključne
elemente i nema
povratnu informaciju
o svom znanju kako
bi mogao izgraditi
realistična
očekivanja

NATJECANJA IZ MATEMATIKE I KOMPETENCIJE

Aktivirajući pristup:

učenje
istraživanjem
(minimalne
intervencije
nastavnika)

nastavnik s
učenikom
rješava
zadatke koje
nije prije vidio
(istraživački
pristup)

pokazivanje
strategija
rješavanja
umjesto
metoda

učenik
samostalno
pronalazi i
grupira
zadatke

pokazati
emocije
(prenošenje
interesa)

**postizanje
aha-efekta**

DODATNA NASTAVA – ISHODI UČENJA

Učenik...

koristi matematičke metode i alate s razumijevanjem

koristi matematički jezik, uvodi vlastite oznake i pomoćne elemente sa svrhom;

pristupa zadacima koje nije prije vidio sa samopouzdanjem da ih može riješiti;

uspješno artikulira i prenosi svoje misli drugima (pismeno i usmeno);

koristi tehnologiju u rješavanju problema i učenju

samostalno uči i traži materijale vezane za određenu temu

svjesno koristi **strategije rješavanja problema**

kritički pristupa svom radu

slijedi svoju prirodnu znatiželju i pokazuje želju za učenjem

preuzima odgovornost za svoje učenje i napredovanje

ima realistična očekivanja

prepoznaje ulogu matematike u razvoju modernog društva

RJEŠAVANJE PROBLEMA

Strategije

- prisjećanje relevantnih situacija, informacija i metoda
- samostalno ispitivanje posebnih slučajeva
- otkrivanje uzorka koristeći vlastite logiku
- postavljanje hipoteze
- dokazivanje i opovrgavanje hipoteze
- konstrukcija primjera i kontraprimjera za svoje slutnje
- kombinirana primjena razmišljanja unatrag i unaprijed
- formuliranje kreativnih alternativa
- stvaranje i izvršavanje plana rješavanja problema
- kritičko evaluiranje ideja

TEMA ZA OŠ: ŠTO JE DOKAZ?

- ▶ Uoči pravilnost:
 - ▶ $17^2 - 6^2 = 11 \times 23$
 - ▶ $9^2 - 2^2 = 7 \times 11$
 - ▶ $14^2 - 5^2 = 9 \times 19$
- ▶ Formuliraj svoju tvrdnju!
- ▶ Je li ta tvrdnja točna? Kako možemo biti sigurni?
- ▶ Dokaz: distributivnost množenja prema zbrajanju realnih brojeva

ZADATAK: DOKAŽI DA JE RAZLIKA KVADRATA DVA UZASTOPNA NEPARNA CIJELA BROJA DJELJIVA S 8.

- ▶ Kako zapisati da je broj paran? (odgovori: paran, p , 2 dijeli n , $n = 2k$)
- ▶ Kako zapisati da je neparan?
- ▶ Kako zapisati razliku dva uzastopna cijela broja?
- ▶
- ▶ Primjena formule – paziti na zagrade!
- ▶ Zaključak – djeljivost sa 8 kao i oznaka za paran broj na početku

ZADATAK: JE LI $n^2 - n + 41$ PROST BROJ ZA SVAKI PRIRODNI BROJ n ?

- ▶ Rezultati za $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ – što možete zaključiti?
- ▶ Učenici uočavaju da se razlika povećava i da su povećanja uzastopni neparni brojevi – to je svojstvo kvadrata!
- ▶ Kako dokazati slutnju?
- ▶
- ▶ Uloga kontraprimjera.
- ▶ Veza s predrasudama u društvu.

ZADATAK: ČUČNJEVI (DRŽAVNO 2014. 1. R. SŠ A VAR.)

- ▶ Na početku su svi učenici u čučnju.
- ▶ U k-tom koraku svaki k-ti učenik mijenja položaj – iz čučnja stane iz stajanja čučne.
- ▶ Tko će ostati stajati nakon svih koraka?

Zadatak je na DN riješilo otprilike 10 učenika, prosjek bodova: 4,3.

Učenicima je najveći problem bio razmišljati apstraktno.

ZADATAK: ČUČNJEVI



Na dodatnoj nastavi:

- ▶ Učenici provode igre i vide rezultat: 1, 4, 9, 16,...
- ▶ Učenici u parovima raspravljaju i ispunjavaju upitnik s pitanjima koja su grupirana: analiza pojedinog koraka, analiza pojedine osobe, izvođenje zaključaka

PITANJA S RADNOG LISTIĆA ZA ZADATAK S ČUČNJEVIMA – 1. GRUPA

- ▶ *Koje brojeve su imali učenici koji su promijenili položaj u 5. koraku?*
- ▶ *Koje brojevi su imali učenici koji su promijenili položaj u k-tom koraku?*
- ▶ *Dopunite rečenicu:*

*U k-tom koraku su promijenili položaj oni učenici čiji brojevi su
_____ brojem k.*

- ▶ **Komentar:** učenici osnovne škole tek uče koristiti oznake, numerički bez problema odgovaraju na ovakva pitanja i razumiju djeljivost, ali nije jasno kako na drugačiji način zapisati odgovor na drugo pitanje

PITANJA S RADNOG LISTIĆA ZA ZADATAK S ČUČNJEVIMA – 2. GRUPA

- ▶ U kojim sve koracima je promijenio položaj učenik koji ima broj 9?
- ▶ Koliko puta je promijenio položaj učenik koji ima broj 12?
- ▶ Dopunite rečenice:

Učenik je promijenio položaj onoliko puta koliko njegov broj ima _____.

Učenici koji su ostali stajati promijenili su položaj _____ mnogo puta.

- ▶ **Komentar:** učenici bez problema odgovaraju na sva pitanja osim posljednjeg jer ono nije dovoljno jasno zadano – potrebno je drugačije navoditi ih na parnost, intervencija predavača

PITANJA S RADNOG LISTIĆA ZA ZADATAK S ČUČNJEVIMA – 3. GRUPA

- ▶ *Koje brojeve su imali učenici koji su na kraju ostali stajati?*
- ▶ *Koliko učenika će stajati ako bi ukupno sudjelovalo 100 učenika?*
- ▶ *Dopunite rečenicu:*

Brojevi učenika koji su na kraju ostali stajati imaju zajedničko svojstvo.

Svi ti brojevi su _____

- ▶ *Napišite svoje zaključke.*

- ▶ **Komentar:** u ovoj grupi pitanja su primjerena, učenicima nisu prelagana i ostvaraju ključnu poveznicu između kvadrata i broja djelitelja

ODGOVORI (ZAKLJUČCI) UČENIKA

- ▶ Kvadrati su ostali stajati (1, 4, 9,...)
- ▶ Kvadrati svih brojeva imaju neparan broj djelitelja. - **7. i 8. razred**
- ▶ 1) Svi kvadratni brojevi imaju neparan broj djelitelja. 2) Promijenili smo položaj onoliko puta koliko naš broj ima djelitelja. – **6. razred**
- ▶ Bilo je zabavno. – **7. razred**
- ▶ Ostali su stajati učenici s kvadratima nekog broja, a u 100 ima 10 kvadrata. – **8. razred**
- ▶ Ovo je bila zabavna igra. LOL! OMG!!! Promijenili smo položaj koliko naš broj ima djelitelja. – **6. razred**
- ▶ Kvadrati brojeva su ostali stajati. Promijenili smo položaj onoliko puta koliko naš broj ima djelitelja. Ostali su stajati oni učenici čiji br. ima neparno djelitelja. Ako je broj kvadrat, onda ima neparno mnogo djelitelja. - **8. razred**

DOKAZ NAŠIH TVRDNJI

Prirodni broj je kvadrat *ako i samo ako* ima neparno mnogo djelitelja.

- ▶ Ideja sparivanja
 - ▶ moguće povezati s Gaussovom dosjetkom
- ▶ Mogućnosti za daljnji rad: formula za broj djelitelja
 - ▶ 12? – direktno
 - ▶ 120? – uparivanje, dovoljno je provjeriti do korijen
 - ▶ 360000? – prebrojavanje
 - ▶ izvod opće formule

HVALA NA PAŽNJI

- ▶ kontakt: mbasic@math.hr
 - ▶ web.math.pmf.unizg.hr/~mbasic/
- 