Deskriptivna teorija složenosti: Verifikacija modela

Matko Botinčan

mabotinc@math.hr

PMF – Matematički odjel

15. lipnja 2005.

1. Deskriptivna teorija složenosti
   - Hvatanje klasa složenosti
   - Logike fiksne točke

2. Verifikacija modela
   - Beskonačne igre
   - Verifikacija modela pomoću igara

Motivacija

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Verifikacija modela

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Verifikacija modela

- Fundamentalni problem u logici

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Verifikacija modela

- Fundamentalni problem u logici
- Fundamentalni problem u teorijskom računarstvu

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Verifikacija modela

- Fundamentalni problem u logici
- Fundamentalni problem u teorijskom računarstvu
- Fundamentalni problem u "praktičnom" računarstvu

Motivacija

Deskriptivna teorija složenosti

- Teorija konačnih modela
- Uspostava veze između računske složenosti i logičke definabilnosti

Verifikacija modela

- Fundamentalni problem u logici
- Fundamentalni problem u teorijskom računarstvu
- Fundamentalni problem u "praktičnom" računarstvu
- Veza prema teoriji beskonačnih automata i teoriji beskonačnih igara

Osnovni problemi u logici

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Primjeri:

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Primjeri:

$\mathrm{SAT} \rightarrow \mathrm{NP}\textsc{time}$-potpun

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Primjeri:

$\mathrm{SAT} \rightarrow \mathrm{NP}\textsc{time}$-potpun

$\mathrm{QSAT} \rightarrow \mathrm{P}\textsc{space}$-potpun

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Primjeri:

- $\mathrm{SAT} \rightarrow \mathrm{NP}\textsc{time}$-potpun
- $\mathrm{QSAT} \rightarrow \mathrm{P}\textsc{space}$-potpun
- problem konačne ispunjivosti za $\mathrm{FO}[\tau] \rightarrow$ neodlučiv

Osnovni problemi u logici

Problem ispunjivosti

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ potrebno je odrediti postoji li struktura $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ takva da vrijedi $\mathfrak{A} \models \psi$.

Primjeri:

$\mathrm{SAT} \to \mathrm{NP}\textsc{time}$-potpun

$\mathrm{QSAT} \to \mathrm{P}\textsc{space}$-potpun

problem konačne ispunjivosti za $\mathrm{FO}[\tau] \to$ neodlučiv

Problem verifikacije modela

Za rečenicu $\psi \in \mathcal{L}$ i strukturu $\mathfrak{A} \in \mathcal{D}$ potrebno je odrediti vrijedi li $\mathfrak{A} \models \psi$.

Hvatanje klasa složenosti

Hvatanje klasa složenosti

Što znači da logika $\mathcal{L}$ hvata klasu složenosti $\mathcal{C}$ na domeni konačnih struktura $\mathcal{D}$?

Hvatanje klasa složenosti

Što znači da logika $\mathcal{L}$ hvata klasu složenosti $\mathcal{C}$ na domeni konačnih struktura $\mathcal{D}$?

Hvatanje klase složenosti

Hvatanje klasa složenosti

Što znači da logika $\mathcal{L}$ hvata klasu složenosti $\mathcal{C}$ na domeni konačnih struktura $\mathcal{D}$?

Hvatanje klase složenosti

1. Za svaku signaturu τ i svaku rečenicu $\psi \in \mathcal{L}[\tau]$ problem verifikacije modela za ψ na $\mathcal{D}[\tau]$ nalazi se u klasi složenosti $\mathcal{C}$.

Hvatanje klasa složenosti

Što znači da logika $\mathcal{L}$ hvata klasu složenosti $\mathcal{C}$ na domeni konačnih struktura $\mathcal{D}$?

Hvatanje klase složenosti

1. Za svaku signaturu τ i svaku rečenicu $\psi \in \mathcal{L}[\tau]$ problem verifikacije modela za ψ na $\mathcal{D}[\tau]$ nalazi se u klasi složenosti $\mathcal{C}$.
2. Za svaku klasu struktura $\mathcal{K} \subseteq \mathcal{D}[\tau]$ koja se nalazi u klasi složenosti $\mathcal{C}$ postoji rečenica $\psi \in \mathcal{L}[\tau]$ takva da je $\mathcal{K} = \{\mathfrak{A} \in \mathcal{D}[\tau] \mid \mathfrak{A} \models \psi\}$.

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ_1^1 hvata NPTIME

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ^1_1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π^1_1 hvata $\textsc{co-}\mathrm{NP}\textsc{time}$

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ^1_1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π^1_1 hvata $\textsc{co}\text{-}\mathrm{NP}\textsc{time}$
- SO hvata PH

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ^1_1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π^1_1 hvata $\textsc{co}\text{-}\mathrm{NP}\textsc{time}$
- SO hvata PH

Na domeni uređenih konačnih struktura:

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ_1^1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π_1^1 hvata $\textsc{co-}\mathrm{NP}\textsc{time}$
- SO hvata PH

Na domeni uređenih konačnih struktura:

- SO-HORN, Σ_1^1-HORN, LFP i IFP hvataju $\mathrm{P}\textsc{time}$

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ_1^1 hvata NPTIME
- Π_1^1 hvata CO-NPTIME
- SO hvata PH

Na domeni uređenih konačnih struktura:

- SO-HORN, Σ_1^1-HORN, LFP i IFP hvataju PTIME
- PFP hvata PSPACE

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ_1^1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π_1^1 hvata $\textsc{co}\text{-}\mathrm{NP}\textsc{time}$
- SO hvata PH

Na domeni uređenih konačnih struktura:

- $\mathrm{SO}\text{-}\mathrm{HORN}$, $\Sigma_1^1\text{-}\mathrm{HORN}$, LFP i IFP hvataju $\mathrm{P}\textsc{time}$
- PFP hvata $\mathrm{P}\textsc{space}$
- $\mathrm{SO}\text{-}\mathrm{KROM}$, $\Sigma_1^1\text{-}\mathrm{KROM}$, $\Sigma_1^1\text{-}\mathrm{KROM}\text{-}\mathrm{HORN}$ i TC hvataju $\mathrm{NLOG}\textsc{space}$

Osnovni rezultati o hvatanju klasa složenosti

Na domeni svih konačnih struktura:

- Σ^1_1 hvata $\mathrm{NP}\textsc{time}$
- Π^1_1 hvata $\textsc{co}\text{-}\mathrm{NP}\textsc{time}$
- SO hvata PH

Na domeni uređenih konačnih struktura:

- $\mathrm{SO\text{-}HORN}$, $\Sigma^1_1\text{-}\mathrm{HORN}$, LFP i IFP hvataju $\mathrm{P}\textsc{time}$
- PFP hvata $\mathrm{P}\textsc{space}$
- $\mathrm{SO\text{-}KROM}$, $\Sigma^1_1\text{-}\mathrm{KROM}$, $\Sigma^1_1\text{-}\mathrm{KROM\text{-}HORN}$ i TC hvataju $\mathrm{NLOG}\textsc{space}$
- DTC hvata $\mathrm{LOG}\textsc{space}$

Relacijski operatori

Relacijski operatori

Formula $\psi(R, \bar{x})$ za svaku strukturu $\mathfrak{A}$ definira relacijski operator $F_\psi \colon \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k) \to \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k)$:

Relacijski operatori

Formula $\psi(R, \bar{x})$ za svaku strukturu $\mathfrak{A}$ definira relacijski operator $F_\psi \colon \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k) \to \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k)$:

$$F_\psi \colon R \mapsto \{\bar{a} \colon (\mathfrak{A}, R) \models \psi[R, \bar{a}]\}$$

Relacijski operatori

Formula $\psi(R, \bar{x})$ za svaku strukturu $\mathfrak{A}$ definira relacijski operator $F_\psi \colon \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k) \to \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k)$:

$$F_\psi \colon R \mapsto \{\bar{a} \colon (\mathfrak{A}, R) \vDash \psi[R, \bar{a}]\}$$

Fiksna točka od F_ψ:
relacija R za koju je $F_\psi(R) = R$.

Relacijski operatori

Formula $\psi(R, \bar{x})$ za svaku strukturu $\mathfrak{A}$ definira relacijski operator $F_\psi \colon \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k) \to \mathscr{P}(|\mathfrak{A}|^k)$:

$$F_\psi \colon R \mapsto \{\bar{a} \colon (\mathfrak{A}, R) \vDash \psi[R, \bar{a}]\}$$

Fiksna točka od F_ψ:
relacija R za koju je $F_\psi(R) = R$.

Različiti načini konstrukcije fiksne točke od F_ψ
$\longrightarrow$ razne varijante logike fiksne točke.

Najmanje i najveće fiksne točke

Najmanje i najveće fiksne točke

Teorem (Knaster, Tarski)

Neka je $F : \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ *monotona funkcija. Tada postoje* $\mathbf{lfp}(F)$ *i* $\mathbf{gfp}(F)$*, te su dane s:*

Najmanje i najveće fiksne točke

Teorem (Knaster, Tarski)

Neka je $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ *monotona funkcija. Tada postoje* $\mathbf{lfp}(F)$ *i* $\mathbf{gfp}(F)$*, te su dane s:*

$$\begin{aligned}\mathbf{lfp}(F) &= \bigcap \{X \in \mathscr{P}(A) \mid F(X) \subseteq X\}\,,\\ \mathbf{gfp}(F) &= \bigcup \{X \in \mathscr{P}(A) \mid X \subseteq F(X)\}\,.\end{aligned}$$

Najmanje i najveće fiksne točke

Teorem (Knaster, Tarski)

Neka je $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ *monotona funkcija. Tada postoje* $\mathbf{lfp}(F)$ *i* $\mathbf{gfp}(F)$*, te su dane s:*

$$
\begin{aligned}
\mathbf{lfp}(F) &= \bigcap \{X \in \mathscr{P}(A) \mid F(X) \subseteq X\}, \\
\mathbf{gfp}(F) &= \bigcup \{X \in \mathscr{P}(A) \mid X \subseteq F(X)\}.
\end{aligned}
$$

Induktivna konstrukcija najmanje fiksne točke

Najmanje i najveće fiksne točke

Teorem (Knaster, Tarski)

Neka je $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ monotona funkcija. Tada postoje **lfp**(F) *i* **gfp**(F)*, te su dane s:*

$$\begin{aligned}\mathbf{lfp}(F) &= \bigcap \{X \in \mathscr{P}(A) \mid F(X) \subseteq X\},\\ \mathbf{gfp}(F) &= \bigcup \{X \in \mathscr{P}(A) \mid X \subseteq F(X)\}.\end{aligned}$$

Induktivna konstrukcija najmanje fiksne točke

$$\begin{aligned}X^0 &:= \emptyset,\\ X^{\alpha+1} &:= F(X^\alpha),\\ X^\lambda &:= \bigcup_{\alpha<\lambda} X^\alpha, \quad \text{za granični ordinal } \lambda.\end{aligned}$$

Inflatorne fiksne točke

Inflatorne fiksne točke

Inflatorna fiksna točka funkcije $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ je fiksna točka X^∞ funkcije $X \mapsto X \cup F(X)$ dobivena induktivnom konstrukcijom:

$$\mathbf{ifp}(F) = X^\infty$$

Inflatorne fiksne točke

Inflatorna fiksna točka funkcije $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ je fiksna točka X^∞ funkcije $X \mapsto X \cup F(X)$ dobivena induktivnom konstrukcijom:

$$\mathbf{ifp}(F) = X^\infty$$

Induktivna konstrukcija inflatorne fiksne točke

Inflatorne fiksne točke

Inflatorna fiksna točka funkcije $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ je fiksna točka X^∞ funkcije $X \mapsto X \cup F(X)$ dobivena induktivnom konstrukcijom:

$$\mathbf{ifp}(F) = X^\infty$$

Induktivna konstrukcija inflatorne fiksne točke

$$\begin{aligned} X^0 &:= A, \\ X^{\alpha+1} &:= X^\alpha \cup F(X^\alpha), \\ X^\lambda &:= \bigcap_{\alpha<\lambda} X^\alpha, \quad \text{za granični ordinal } \lambda. \end{aligned}$$

Parcijalne fiksne točke

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Dvije mogućnosti:

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Dvije mogućnosti:

- Niz dostiže fiksnu točku X^∞, tj. postoji $\alpha < 2^{\mathrm{card}(A)}$ t.d. $X^\alpha = X^{\alpha+1}$

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Dvije mogućnosti:

- Niz dostiže fiksnu točku X^∞, tj. postoji $\alpha < 2^{\mathrm{card}(A)}$ t.d. $X^\alpha = X^{\alpha+1}$
- Elementi niza se ciklički ponavljaju

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Dvije mogućnosti:

- Niz dostiže fiksnu točku X^∞, tj. postoji $\alpha < 2^{\mathrm{card}(A)}$ t.d. $X^\alpha = X^{\alpha+1}$
- Elementi niza se ciklički ponavljaju

Parcijalna fiksna točka

Parcijalne fiksne točke

Neka je A konačan. Svaka funkcija $F\colon \mathscr{P}(A) \to \mathscr{P}(A)$ određuje induktivno definiran niz:

$$X^0 := \emptyset, \quad X^{\alpha+1} := F(X^\alpha)$$

Dvije mogućnosti:

- Niz dostiže fiksnu točku X^∞, tj. postoji $\alpha < 2^{\mathrm{card}(A)}$ t.d. $X^\alpha = X^{\alpha+1}$
- Elementi niza se ciklički ponavljaju

Parcijalna fiksna točka

$$\mathbf{pfp}(F) := \begin{cases} X^\infty, & \text{ako niz } (X^\alpha)_\alpha \text{ dostiže fiksnu točku,} \\ \emptyset, & \text{inače.} \end{cases}$$

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Iz formule $\varphi(R, \bar{x})$ sa slobodnim varijablama prvog reda $\bar{x} = x_1 \dots x_k$ i relacijskom varijablom R arnosti k, te k-torke terama $\bar{t}$ možemo formirati formulu fiksne točke:

$$[\mathbf{fp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})](\bar{t})$$

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Iz formule $\varphi(R, \bar{x})$ sa slobodnim varijablama prvog reda $\bar{x} = x_1 \ldots x_k$ i relacijskom varijablom R arnosti k, te k-torke terama $\bar{t}$ možemo formirati formulu fiksne točke:

$$[\mathbf{fp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})](\bar{t})$$

Semantika

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Iz formule $\varphi(R, \bar{x})$ sa slobodnim varijablama prvog reda $\bar{x} = x_1 \ldots x_k$ i relacijskom varijablom R arnosti k, te k-torke terama $\bar{t}$ možemo formirati formulu fiksne točke:

$$[\mathbf{fp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})](\bar{t})$$

Semantika

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{lfp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{lfp}(F_\varphi)$$

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Iz formule $\varphi(R, \bar{x})$ sa slobodnim varijablama prvog reda $\bar{x} = x_1 \dots x_k$ i relacijskom varijablom R arnosti k, te k-torke terama $\bar{t}$ možemo formirati formulu fiksne točke:

$$[\mathbf{fp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})](\bar{t})$$

Semantika

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{lfp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{lfp}(F_\varphi)$$

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{ifp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{ifp}(F_\varphi)$$

Sintaksa i semantika logika fiksne točke

Sintaksa

Iz formule $\varphi(R, \bar{x})$ sa slobodnim varijablama prvog reda $\bar{x} = x_1 \ldots x_k$ i relacijskom varijablom R arnosti k, te k-torke terama $\bar{t}$ možemo formirati formulu fiksne točke:

$$[\mathbf{fp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})](\bar{t})$$

Semantika

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{lfp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{lfp}(F_\varphi)$$

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{ifp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{ifp}(F_\varphi)$$

$$\mathfrak{A} \models [\mathbf{pfp}\, R\bar{x} \,.\, \varphi(R, \bar{x})][\bar{a}] \quad \text{ako i samo ako} \quad \bar{a} \in \mathbf{pfp}(F_\varphi)$$

Najmanje fiksne točke

Najmanje fiksne točke

LFP logika

$\mathrm{LFP} = \mathrm{FO} + \mathbf{lfp}$

Najmanje fiksne točke

LFP logika

$\mathrm{LFP} = \mathrm{FO} + \textbf{lfp}$

μ-calculus

$L_\mu = \mathrm{ML} + \textbf{lfp}$

Najmanje fiksne točke

LFP logika

$\mathrm{LFP} = \mathrm{FO} + \textbf{lfp}$

μ-calculus

$L_\mu = \mathrm{ML} + \textbf{lfp}$

Teorem (Immerman, Vardi)

Na uređenim konačnim strukturama LFP *hvata* PTIME.

Inflatorne fiksne točke

Inflatorne fiksne točke

IFP logika

$\mathrm{IFP} = \mathrm{FO} + \textbf{ifp}$

Inflatorne fiksne točke

IFP logika

$\mathrm{IFP} = \mathrm{FO} + \textbf{ifp}$

MIC (Modal Iteration Calculus)

$\mathrm{MIC} = \mathrm{ML} + \textbf{ifp}$

Inflatorne fiksne točke

IFP logika

$\mathrm{IFP} = \mathrm{FO} + \textbf{ifp}$

MIC (Modal Iteration Calculus)

$\mathrm{MIC} = \mathrm{ML} + \textbf{ifp}$

Teorem (Immerman, Vardi)

Na uređenim konačnim strukturama IFP *hvata* $\textsc{Ptime}$.

Inflatorne fiksne točke

IFP logika

$\mathrm{IFP} = \mathrm{FO} + \textbf{ifp}$

MIC (Modal Iteration Calculus)

$\mathrm{MIC} = \mathrm{ML} + \textbf{ifp}$

Teorem (Immerman, Vardi)

Na uređenim konačnim strukturama IFP *hvata* PTIME.

Teorem (Gurevich-Shelah, Kreutzer)

$\mathrm{LFP} = \mathrm{IFP}$

Parcijalne fiksne točke

Parcijalne fiksne točke

PFP logika

$\mathrm{PFP} = \mathrm{FO} + \mathbf{pfp}$

Parcijalne fiksne točke

PFP logika

$\mathrm{PFP} = \mathrm{FO} + \mathbf{pfp}$

Teorem (Abiteboul-Vianu, Vardi)

Na uređenim konačnim strukturama PFP *hvata* PSPACE.

Verifikacija modela

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$
Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$

Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela pomoću igara

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$
Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela pomoću igara

Reducirati problem verifikacije modela $\mathfrak{A} \models \psi$ na problem nalaženja pobjednika u igri za verifikaciju modela $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi)$:

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$
Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela pomoću igara

Reducirati problem verifikacije modela $\mathfrak{A} \models \psi$ na problem nalaženja pobjednika u igri za verifikaciju modela $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi)$:

$$\mathfrak{A} \models \psi$$

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$
Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela pomoću igara

Reducirati problem verifikacije modela $\mathfrak{A} \models \psi$ na problem nalaženja pobjednika u igri za verifikaciju modela $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi)$:

$$\mathfrak{A} \models \psi$$

akko

Verifikacija modela

Problem verifikacije modela

Ulaz: struktura $\mathfrak{A}$ i rečenica $\psi \in \mathcal{L}$
Izlaz: $\mathfrak{A} \models \psi$?

Verifikacija modela pomoću igara

Reducirati problem verifikacije modela $\mathfrak{A} \models \psi$ na problem nalaženja pobjednika u igri za verifikaciju modela $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi)$:

$$\mathfrak{A} \models \psi$$

akko

Igrač 0 (Verifikator) ima pobjedničku strategiju u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi)$

Beskonačne igre

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

$\Omega \subseteq V^\omega$

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

$\Omega \subseteq V^\omega$

Osnovna pitanja

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

$\Omega \subseteq V^\omega$

Osnovna pitanja

1. Da li je igra determinirana, te imaju li igrači 0 i 1 pobjedničke strategije?

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

$\Omega \subseteq V^\omega$

Osnovna pitanja

1. Da li je igra determinirana, te imaju li igrači 0 i 1 pobjedničke strategije?
2. Da li je pobjedničke strategije moguće efektivno konstruirati?

Beskonačne igre

Igra $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$

Arena za igru:

V_0 – skup vrhova igrača 0

V_1 – skup vrhova igrača 1

$E \subseteq V \times V$

Pobjednički skup:

$\Omega \subseteq V^\omega$

Osnovna pitanja

1. Da li je igra determinirana, te imaju li igrači 0 i 1 pobjedničke strategije?
2. Da li je pobjedničke strategije moguće efektivno konstruirati?
3. Kolika je računska složenost pripadnih algoritama?

Beskonačne igre

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

Igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$, $X \subseteq V$

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

Igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$, $X \subseteq V$
$\rightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko tijek igre obiđe vrh iz skupa X

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

Igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$, $X \subseteq V$
$\rightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko tijek igre obiđe vrh iz skupa X

Igra parnosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \chi)$, $\chi \colon V \rightarrow C \subseteq_{\mathrm{fin}} \mathbb{N}$

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

Igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$, $X \subseteq V$
$\longrightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko tijek igre obiđe vrh iz skupa X

Igra parnosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \chi)$, $\chi \colon V \to C \subseteq_{\mathrm{fin}} \mathbb{N}$
$\longrightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko je najmanji prioritet koji je obiđen beskonačno puta paran:

Beskonačne igre

Primjeri beskonačnih igara

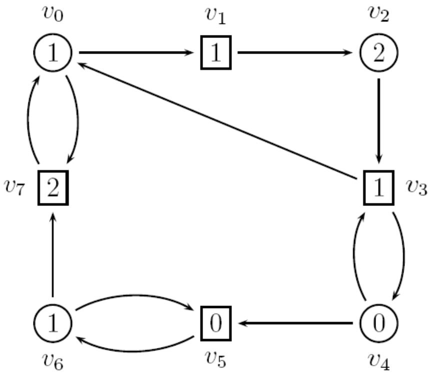
Igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$, $X \subseteq V$
$\longrightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko tijek igre obiđe vrh iz skupa X

Igra parnosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \chi)$, $\chi \colon V \to C \subseteq_{\text{fin}} \mathbb{N}$
$\longrightarrow$ Igrač 0 pobjeđuje ukoliko je najmanji prioritet koji je obiđen beskonačno puta paran:

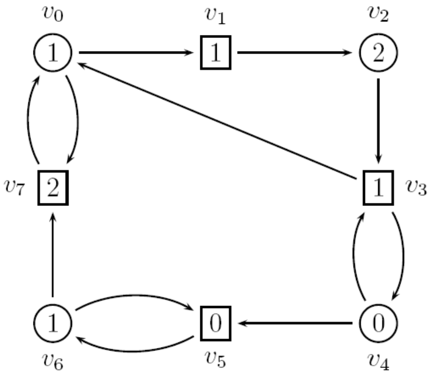
$$\min \{p \in C \mid \forall i \, \exists j > i \, \chi(v_j) = p\} \text{ je paran.}$$

Primjer igre parnosti

Primjer igre parnosti

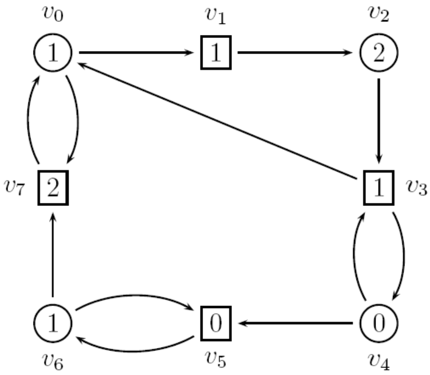


Primjer igre parnosti



Primjeri tijekova igre:

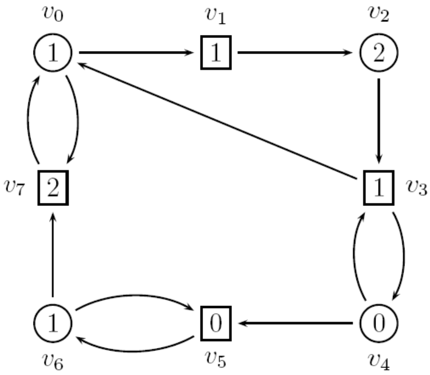
Primjer igre parnosti



Primjeri tijekova igre:

$$\pi = v_3 v_4 (v_5 v_6)^\omega$$
$$\rightarrow \chi(\pi) = 10(01)^\omega$$

Primjer igre parnosti



Primjeri tijekova igre:

$\pi = v_3 v_4 (v_5 v_6)^\omega$
$\rightarrow \chi(\pi) = 10(01)^\omega$

$\pi' = v_0 v_7 (v_0 v_1 v_2 v_3)^\omega$
$\rightarrow \chi(\pi') = 12(1121)^\omega$

Rezultati o determiniranosti

Rezultati o determiniranosti

Teorem

Svaka igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$ *je pozicionalno determinirana.*

Rezultati o determiniranosti

Teorem

Svaka igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$ *je pozicionalno determinirana.*

Teorem

Svaka igra parnosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \chi)$ *je pozicionalno determinirana.*

Rezultati o determiniranosti

Teorem

Svaka igra dostiživosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, X)$ *je pozicionalno determinirana.*

Teorem

Svaka igra parnosti $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \chi)$ *je pozicionalno determinirana.*

Teorem (Martin)

Ako je skup Ω *Borelov tada je igra* $\mathcal{G} = (V_0, V_1, E, \Omega)$ *determinirana.*

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \rightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \wedge \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \wedge \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\forall y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Pozicije u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Izrazi oblika $\varphi[\bar{b}]$, gdje je φ potformula od ψ, $\bar{b} \in |\mathfrak{A}|$

Potezi Verifikatora

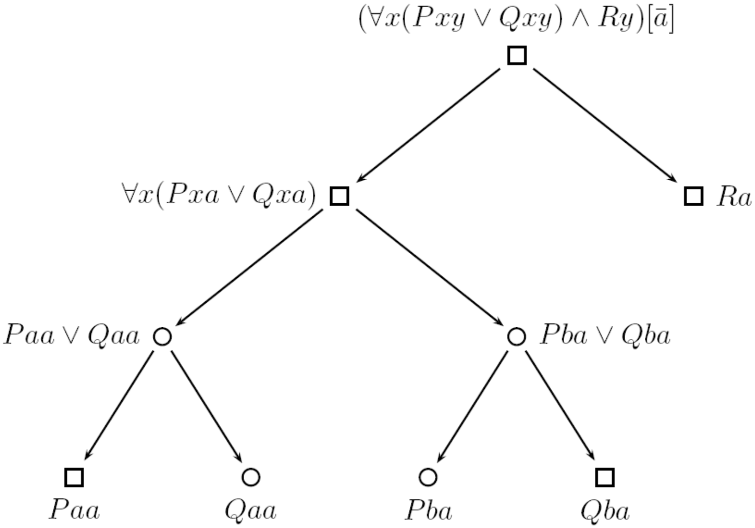
- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \wedge \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\forall y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \models \varphi[\bar{b}]$.

Verifikacija modela za logiku prvog reda

Verifikacija modela za logiku prvog reda



Verifikacija modela za LFP logiku

Verifikacija modela za LFP logiku

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Verifikacija modela za LFP logiku

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \wedge \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\forall y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \models \varphi[\bar{b}]$;

Verifikacija modela za LFP logiku

Potezi Verifikatora

- $(\varphi \vee \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \wedge \vartheta)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\forall y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \longrightarrow \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \models \varphi[\bar{b}]$;
- $[\mathbf{fp}\, T\bar{x} \,.\, \varphi(T, \bar{x})][\bar{b}] \longrightarrow \varphi(T, \bar{x})[\bar{b}]$;

Verifikacija modela za LFP logiku

Potezi Verifikatora

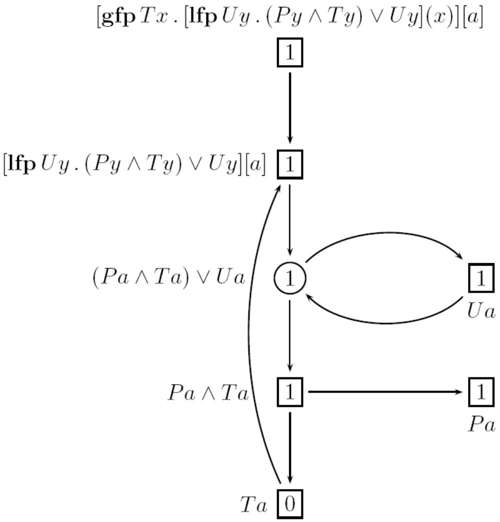
- $(\varphi \lor \vartheta)[\bar{b}] \to \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\exists y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \to \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \not\models \varphi[\bar{b}]$.

Potezi Falsifikatora

- $(\varphi \land \vartheta)[\bar{b}] \to \varphi[\bar{b}]$ ili $\vartheta[\bar{b}]$;
- $\forall y \varphi(\bar{x}, y)[\bar{b}] \to \varphi[\bar{b}, c]$ za bilo koji $c \in \mathfrak{A}$;
- $\varphi[\bar{b}]$ (φ atomarna) su terminalne pozicije akko $\mathfrak{A} \models \varphi[\bar{b}]$;
- $[\mathbf{fp}\ T\bar{x} \,.\, \varphi(T, \bar{x})][\bar{b}] \to \varphi(T, \bar{x})[\bar{b}]$;
- $T\bar{c}$ (T varijabla fiksne točke) $\to \varphi(T, \bar{x})[\bar{c}]$.

Verifikacija modela za LFP logiku

Verifikacija modela za LFP logiku



Verifikacija modela pomoću igara

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

$\bar{a} \in |\mathfrak{A}|$.

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

$\bar{a} \in |\mathfrak{A}|$.

Tada:

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

$\bar{a} \in |\mathfrak{A}|$.

Tada:

Verifikator ima pobjedničku strategiju u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

$\bar{a} \in |\mathfrak{A}|$.

Tada:

Verifikator ima pobjedničku strategiju u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$
ako i samo ako

Verifikacija modela pomoću igara

Teorem

Neka je:

$\psi(\bar{x})$ *formula logike* FO, LFP *ili* IFP,

$\mathfrak{A}$ *dana struktura,*

$\bar{a} \in |\mathfrak{A}|$.

Tada:

Verifikator ima pobjedničku strategiju u igri $\mathcal{G}(\mathfrak{A}, \psi[\bar{a}])$ *ako i samo ako* $\mathfrak{A} \models \psi[\bar{a}]$.

Daljnji rad

Daljnji rad

Aktualno

Daljnji rad

Aktualno

- Igre parnosti na grafovima omeđenog ispreplitanja

Daljnji rad

Aktualno

- Igre parnosti na grafovima omeđenog ispreplitanja

  D. Berwanger and E. Grädel. Entanglement -- A Measure for the Complexity of Directed Graphs With Applications to Logic and Games. LPAR 2004.

Daljnji rad

Aktualno

- Igre parnosti na grafovima omeđenog ispreplitanja
  `D. Berwanger and E. Grädel. Entanglement -- A Measure for the Complexity of Directed Graphs With Applications to Logic and Games. LPAR 2004.`
- Verifikacija modela za IFP logiku pomoću igara s povratom

Daljnji rad

Aktualno

- Igre parnosti na grafovima omeđenog ispreplitanja
  `D. Berwanger and E. Grädel. Entanglement -- A Measure for the Complexity of Directed Graphs With Applications to Logic and Games. LPAR 2004.`
- Verifikacija modela za IFP logiku pomoću igara s povratom
  `A. Dawar and S. Kreutzer and E. Grädel. Backtracking Games and Inflationary Fixed Points. ICALP 2004.`

Daljnji rad

Aktualno

- Igre parnosti na grafovima omeđenog ispreplitanja
  D. Berwanger and E. Grädel. Entanglement -- A Measure for the Complexity of Directed Graphs With Applications to Logic and Games. LPAR 2004.
- Verifikacija modela za IFP logiku pomoću igara s povratom
  A. Dawar and S. Kreutzer and E. Grädel. Backtracking Games and Inflationary Fixed Points. ICALP 2004.
- Verifikacija modela na automatskim strukturama.

Daljnji rad

Daljnji rad

Otvoreni problemi

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?
- Igre za verifikaciju modela za PFP logiku?

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?
- Igre za verifikaciju modela za PFP logiku?
- PFP na beskonačnim strukturama?

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?
- Igre za verifikaciju modela za PFP logiku?
- PFP na beskonačnim strukturama?
- Logička svojstva MIC-a?

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?
- Igre za verifikaciju modela za PFP logiku?
- PFP na beskonačnim strukturama?
- Logička svojstva MIC-a?
- *On-the-fly* algoritmi za verifikaciju modela za LFP i IFP?

Daljnji rad

Otvoreni problemi

- Algoritmi za rješavanje igara s povratom. Postoje li efikasno rješivi fragmenti?
- Igre za verifikaciju modela za PFP logiku?
- PFP na beskonačnim strukturama?
- Logička svojstva MIC-a?
- *On-the-fly* algoritmi za verifikaciju modela za LFP i IFP?
- Igre parnosti (beskonačne igre) u model-based testiranju (testiranje *fairness*, *liveness* svojstva)?