

Pitanja za prvi kolokvij

1. Definirajte infimum i supremum skupa $A \subseteq \mathbb{R}$. Navedite primjer skupa koji ima/nema infimum i supremum (4 mogućnosti).
2. Definirajte limes niza realnih brojeva. Navedite primjer niza koji ima limes i primjer niza koji nema limes.
3. Definirajte što znači omeđenost i monotonost niza realnih brojeva. **Dokažite:** ako je niz omeđen i monoton, onda ima limes (teorem 1.12).
4. Neka je $I \subseteq \mathbb{R}$ interval i $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija. Definirajte neprekidnost funkcije f u točki $x_0 \in I$. Navedite primjer funkcije koja je neprekidna i primjer funkcije koja ima prekid.
5. Iskažite Bolzanov teorem (teorem 2.19). Objasnite metodu raspolavljanja.
6. Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija i $x_0, L \in \mathbb{R}$ brojevi. Definirajte što znači $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ i $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$.
7. Što su horizontalne, vertikalne i kose asimptote funkcije? Objasnite vezu asimptota i limesa funkcije. Navedite primjere funkcija koje imaju pojedine vrste asimptota i skicirajte njihove grafove.
8. Definirajte derivaciju funkcije u točki. Objasnite vezu derivacije s tangentom na graf funkcije i vezu derivacije s brzinom.
9. **Dokažite:** ako je funkcija f derivabilna u x_0 , onda je f neprekidna u x_0 (teorem 3.7). Pokažite primjerom da obratna implikacija ne vrijedi.
10. Neka su funkcije f i g derivabilne u x . **Dokažite** da je tada funkcija $f \cdot g$ derivabilna u x i vrijedi $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ (teorem 3.13).

11. Iskažite Fermatov i Weierstrassov teorem (teoremi 3.22 i 3.23). Iskažite i **dokažite** Rolleov i Lagrangeov teorem (teoremi 3.25 i 3.26).
12. Definirajte što znači da je funkcija rastuća, odnosno padajuća i objasnite vezu s derivacijom. Definirajte konveksnost i konkavnost funkcije i objasnite vezu s drugom derivacijom. Koje su od elementarnih funkcija rastuće, padajuće, konveksne, odnosno konkavne?
13. Iskažite i **dokažite** teorem koji povezuje predznak derivacije sa strogo rastućim i padajućim funkcijama (teorem 3.27).
14. Definirajte što je točka minimuma, točka maksimuma, točka lokalnog minimuma i točka lokalnog maksimuma funkcije. Objasnite kriterije za lokalne ekstreme preko prve i druge derivacije.
15. Napišite formule kojima su zadane von Bertalanffyjeva funkcija, Monodova funkcija, logistička funkcija i Gompertzova funkcija. Skicirajte grafove tih funkcija i opišite njihova svojstva.
16. Definirajte neodređeni integral funkcije. **Dokažite:** ako za funkcije definirane na intervalu $I \subseteq \mathbb{R}$ vrijedi $f'(x) = g'(x)$, $\forall x \in I$, onda se f i g razlikuju za konstantu (teorem 3.40 i korolar 3.41).
17. Objasnite geometrijsku interpretaciju određenog integrala funkcije f od a do b i ukratko opišite kako ga definiramo. Iskažite Newton-Leibnizovu formulu (teorem 3.63).