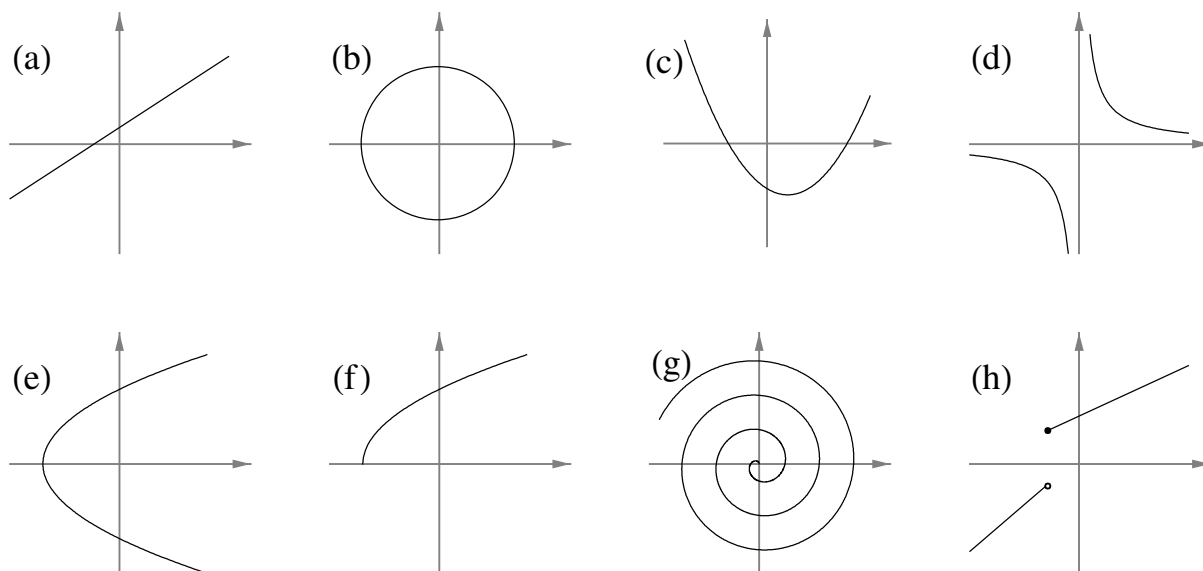


Domaća zadaća 2

1. Za skupove A i B definirajte njihov *presjek* $A \cap B$, *uniju* $A \cup B$ i *razliku* $A \setminus B$.
2. Što znači da je skup S beskonačan, odnosno konačan? Za $S \subseteq \mathbb{N}$ definiramo njegov *komplement* kao $S^c = \mathbb{N} \setminus S$. Ako postoji, navedite primjer skupa $S \subseteq \mathbb{N}$ sa svojstvom (a) S je konačan i S^c je beskonačan, (b) S je beskonačan i S^c je konačan, (c) S i S^c su oba beskonačni, (d) S i S^c su oba konačni.
3. Definirajte *supremum* i *infimum* skupa $A \subseteq \mathbb{R}$. Navedite primjer skupa koji (a) ima supremum i infimum, (b) ima supremum i nema infimum, (c) nema supremum i ima infimum, (d) nema supremum i nema infimum.
4. Definirajte što je *limes* niza realnih brojeva (x_n) . Navedite primjer niza koji ima limes i primjer niza koji nema limes.
5. Za niz realnih brojeva (x_n) definirajte što znači da je *omeđen odozgo*, *omeđen odozdo*, *rastući*, *padajući*. Što znamo o nizu koji je omeđen odozgo i rastući? Navedite primjer niza koji je omeđen odozgo i odozdo, ali nema limes.
6. Definirajte pojmove *injekcija* i *surjekcija*. Navedite primjer funkcije koja je: (a) injekcija i surjekcija, (b) injekcija i nije surjekcija, (c) surjekcija i nije injekcija, (d) nije injekcija i nije surjekcija.
7. Definirajte što je *inverzna funkcija*. Kakve funkcije imaju inverznu funkciju?
8. Definirajte graf funkcije. Opišite kako biste utvrdili koliko iznosi $f(2)$ ako je zadan graf funkcije f .
9. Koje od sljedećih slika predstavljaju grafove realnih funkcija jedne varijable? Koje od njih predstavljaju grafove injekcija?



10. Za funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirajte što znači da je *rastuća*, *padajuća*, *parna*, *neparna*, *periodična*. Kako ta svojstva prepoznamo na grafu funkcije f ?
11. Riješite nejednadžbu $\log_{1/2}(3x - 1) \geq -2$.

12. Riješite nejednadžbu $2\sqrt{x^2 + 3x - 4} \leq x + 6$.
13. Riješite nejednadžbu $\sin(x + 1) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.
14. Riješite nejednadžbu $\sqrt{2(3^x + 4)} - \sqrt{3^x - 7} \geq \sqrt{3^x + 7}$.
15. Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$.
16. Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \frac{\ln(x-7)}{\sqrt{x^2 - 12x + 20}}$.
17. Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \arcsin(x^2 - 3x + 1)$.
18. Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)}$.
19. Izračunajte kompozicije $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$, ako je:
 - (a) $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2 + 2x - 1$
 - (b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \ln(x^2 + 1)$
20. Odredite inverznu funkciju od $f(x) = 2x + 3$.
21. Odredite inverznu funkciju od $f(x) = 8 \cdot 2^{5x-6} + 4$.

Rješenja

9. Slike (a), (c), (d), (f) i (h) su grafovi funkcija. Slike (a), (d), (f) i (h) su grafovi injekcija.
11. $\langle \frac{1}{3}, \frac{5}{3} \rangle$
12. $[-2\sqrt{\frac{13}{3}}, -4] \cup [1, 2\sqrt{\frac{13}{3}}]$
13. $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{3\pi}{4} - 1 + 2k\pi, \frac{9\pi}{4} - 1 + 2k\pi \right]$
14. $[\log_3 7, \frac{1}{2} \log_3 65]$
15. $\langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$
16. $\langle 10, +\infty \rangle$
17. $[0, 1] \cup [2, 3]$
18. $[1, 2] \cup [3, +\infty)$
19. (a) $(f \circ g)(x) = x^2 + 2x + 2$, $(g \circ f)(x) = x^2 + 8x + 14$
 (b) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{\ln(x^2+1)+1}$, $(g \circ f)(x) = \ln\left(\frac{1}{(x+1)^2} + 1\right)$
20. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$
21. $f^{-1}(x) = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \log_2(x - 4)$