

Domaća zadaća 1

1. Zadani su skupovi $A = \{2, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 2, 7, 9, 10\}$ i $C = \{3, 5, 6, 7, 10\}$. Nacrtajte Vennov dijagram i odredite skupove $(A \cup B) \setminus C$ i $(A \cap B) \cup (C \setminus A)$.
2. Za $A = [1, 9]$, $B = [5, 7]$ i $C = \langle -\infty, 4 \rangle$ skicirajte na brojevnom pravcu skup $(A \setminus B) \cap C$.
3. Riješite nejednadžbu $x^2 + 2x - 3 \geq 0$.
4. Riješite sustav nejednadžbi $x < x^2 - 12 < 4x$.
5. Riješite nejednadžbu $\frac{2x^2 - 18}{x^2 + x - 2} \leq \frac{x + 3}{x + 2}$.
6. Riješite nejednadžbu $|3x + 5| > 2$.
7. Riješite nejednadžbu $|x - 3| < |x^2 - 3x - 4|$.
8. Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n + 2)(2n - 7)}{4n^2 - 5n + 7}$.
9. Niz je zadan rekurzivno: $a_1 = 0$, $a_n = \frac{1}{3}(a_{n-1} + 1)$. Dokažite da je konvergentan i odredite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
10. Instalirajte program Maxima (<http://maxima.sourceforge.net/>) i u njemu odredite broj π na 1000 decimala, riješite nejednadžbu iz zadatka 3 i izračunajte limes iz zadatka 8.

Rješenja

1. $(A \cup B) \setminus C = \{1, 2, 8, 9\}$, $(A \cap B) \cup (C \setminus A) = \{2, 3, 6, 7, 10\}$.
2. $[1, 4)$.
3. $\langle -\infty, -3] \cup [1, +\infty)$.
4. $\langle 4, 6 \rangle$.
5. $[-3, -2) \cup \langle 1, 5]$.
6. $\langle -\infty, -\frac{7}{3} \rangle \cup \langle -1, +\infty \rangle$.
7. $\langle -\infty, 1 - 2\sqrt{2} \rangle \cup \langle 2 - \sqrt{5}, 1 + 2\sqrt{2} \rangle \cup \langle 2 + \sqrt{5}, +\infty \rangle$.
8. $\frac{3}{2}$.
9. Indukcijom se dokaže da je niz rastući i omeđen odozgo s 1, pa je konvergentan. Primjenom limesa na rekurziju slijedi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$.