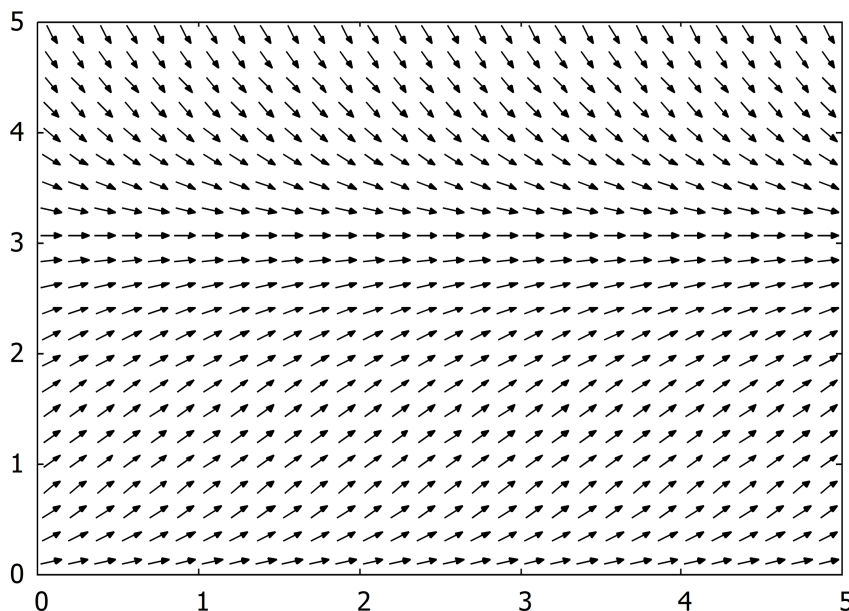


1	2	3	4	5	6	7	Σ

Ime i prezime: _____

Drugi kolokvij, 28.6.2019.

1. Funkcija $f(t) = 5 + 8te^{-t^2}$ predstavlja koncentraciju glukoze u krvi u mmol/l, pri čemu je t vrijeme u satima. Izračunajte površinu ispod grafa funkcije $f(t)$ za $t \in [0, 3]$ i odredite prosječnu koncentraciju glukoze u krvi u prva 3 sata.
2. Što je linearna diferencijalna jednačba prvog reda? Izvedite formulu za njezino opće rješenje.
3. Riješite diferencijalnu jednačbu $e^{y'/y} = \frac{3}{y}$, $y(0) = 3e^{-2}$. Skicirajte graf rješenja u polju smjerova:



4. Populacija kukaca koji žive najduže 3 godine opisana je matricama

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}, \quad N(t) = \begin{bmatrix} 60 \\ 30 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Objasnite smisao brojeva u Lesliejevoj matrici L . Izračunajte matrice $N(t+1)$, $N(t+2)$ koje opisuju populaciju iduće dvije godine i matrice $N(t-1)$, $N(t-2)$ koje opisuju populaciju prethodne dvije godine. Što zaključujete o lanjskoj starosnoj distribuciji $N(t-1)$?

5. Definirajte determinantu 2×2 matrice. Dokažite da je matrica regularna ako i samo ako joj je determinanta različita od nule.

6. U vektorskom prostoru $V = \mathbb{R}^4$ zadani su vektori $a_1 = (1, -1, 1, -1)$, $a_2 = (1, 2, 3, 4)$ i $a_3 = (1, 0, 0, 1)$. Dokažite da vektor $b = (1, 1, 9, 1)$ pripada potprostoru W razapetom s $\{a_1, a_2, a_3\}$. Nađite jedan vektor iz V koji ne pripada tom potprostoru.
7. Definirajte svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore kvadratne matrice $A \in M_n$. Neka su $\lambda_1 \neq \lambda_2$ svojstvene vrijednosti matrice A i v_1, v_2 odgovarajući svojstveni vektori. Dokažite da je skup $\{v_1, v_2\}$ linearno nezavisan.

Napomena. Svaki zadatak vrijedi 5 bodova. Ovaj papir predajte zajedno s papirima na kojima ste rješavali zadatke. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i formula u nastavku.

Pravila deriviranja

$$(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$$

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Tablica derivacija

$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n x^{n-1}$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$

Pravila integriranja

$$\int (C \cdot f(x)) dx = C \cdot \int f(x) dx$$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int f(g(x))g'(x) dx = \left[\begin{array}{l} t = g(x) \\ dt = g'(x) dx \end{array} \right] =$$

$$= \int f(t) dt = F(t) + C = F(g(x)) + C$$

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx$$

Tablica integrala

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$