Kombinatorika 2023./24., najavljena pitanja za drugi kolokvij

Ponovite binomnu inverziju i riješite zadatke 1.–3. iz domaće zadaće 11.

Teorem 7.11. Incidencijska algebra $I(P)$ izomorfna je podalgebri od $T_n(\mathbb{R})$. Kriterij invertibilnosti elementa $f \in I(P)$.

Teorem 7.14. Za svake dvije funkcije $f, g \in I(P)$ ekvivalentno je

(a) $\displaystyle g(x,y) = \sum_{z\in[x,y]} f(x,z),$ (b) $\displaystyle f(x,y) = \sum_{z\in[x,y]} g(x,z)\mu(z,y).$

Teorem 7.19. (P. Hall) $\displaystyle \mu(x,y) = \sum_{L\in S_{x,y}} \operatorname{sgn}(L).$

Propozicija 9.2. Vrijedi $R(r,s) \le \binom{r+s-2}{r-1}$ i $R(k,k) < 4^{k-1}$.

Teorem 9.3. (Erdős) Ako je $\binom{n}{k}2^{1-\binom{k}{2}} < 1$, onda vrijedi $R(k,k) > n$. Za sve $k \ge 3$ vrijedi $R(k,k) > \lfloor 2^{k/2} \rfloor$.

Teorem 9.9. (Erdős–Ko–Rado) Ako je $n \ge 2k$, onda za svaku presijecajuću familiju k-članih podskupova n-članog skupa vrijedi $|\mathcal{F}| \le \binom{n-1}{k-1}$.

Teorem 10.15. $\displaystyle \frac{1}{(1-z)^{m+1}} = \sum_{n\ge 0} \binom{m+n}{m} z^n.$

Teorem 10.25. Broj particija prirodnog broja n u neparne dijelove jednak je broju particija od n u međusobno različite dijelove.