Kombinatorika 2023./24., najavljena pitanja za prvi kolokvij

Teorem 3.6. Broj particija od n duljine k jednak je broju particija od n kojima je prvi (najveći) pribrojnik $\mu_1 = k$.

Teorem 3.7. $p(n,k) = p(n-1,k-1) + p(n-k,k)$.

Teorem 3.16. Broj rasporeda k identičnih topova na ploču Δ_n tako da se ne napadaju jednak je Stirlingovom broju druge vrste $\left\{ {n \atop n-k} \right\}$.

Teorem 4.8. $(\mathcal{S} \to \mathcal{P})$ $\; x^n = \sum\limits_{k=0}^{n} \left\{ {n \atop k} \right\} x^{\underline{k}}$.

Teorem 5.4. Neka su μ i ν particije prirodnog broja n. Ferrersove ploče $\mathrm{dg}(\mu)$ i $\mathrm{dg}(\nu)$ su topovski ekvivalentne ako i samo ako su multiskupovi $\{\mu_1 + 1, \mu_2 + 2, \ldots, \mu_n + n\}$ i $\{\nu_1 + 1, \nu_2 + 2, \ldots, \nu_n + n\}$ jednaki.

Alternativni polinom sparivanja grafa G definiramo formulom

$$\mu(G,x) = \sum_{k \geq 0} (-1)^k \, m_k(G) \, x^{n-2k}.$$

Dokažite da taj polinom zadovoljava:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \mu(G,x) = \sum_{v \in V} \mu(G \setminus v, x) \quad (\textbf{propozicija 5.10}),$$

$$\mu(G_1 \cup G_2, x) = \mu(G_1,x) \cdot \mu(G_2,x) \quad \text{za disjunktnu uniju grafova,}$$

$$\mu(G,x) = \mu(G \setminus e, x) - \mu(G \setminus \{u,v\}, x) \quad \text{za svaki brid } e = \{u,v\},$$

$$\mu(G,x) = x \cdot \mu(G \setminus v, x) - \sum_{u \sim v} \mu(G \setminus \{u,v\}, x) \quad \text{za svaki vrh } v.$$