

Domaća zadaća 9

1. Nađite zatvorenu formulu za funkciju izvodnicu niza $a_n = n^2$, $n \geq 0$.
2. Niz peterokutnih brojeva zadan je formulom $p_n = \frac{n(3n-1)}{2}$, $n \in \mathbb{N}_0$. Odredite zatvorenu formulu za funkciju izvodnicu tog niza.
3. Neka je $G(z) = \sum_{n \geq 0} b_n z^n$ multiplikativni inverz od $F(z) = \frac{1}{(1-z)^{m+1}}$ u prstenu formalnih redova potencija $\mathbb{C}[[z]]$. Odredite koeficijente b_n .
4. Neka je $G(z) = \sum_{n \geq 0} b_n z^n$ multiplikativni inverz od $F(z) = \sum_{n \geq 0} (n+1)z^n$ u prstenu formalnih redova potencija $\mathbb{C}[[z]]$. Odredite koeficijente b_n .
5. Razvijte funkciju $F(z) = \frac{1+\sqrt{1-4z}}{2z}$ (drugo rješenje kvadratne jednadžbe za Catalanove brojeve) u Laurentov red, tj. odredite joj koeficijente u polju $\mathbb{C}((z))$.
6. Zadan je niz $a_n = 2 \cdot 3^n + (-4)^n$, $n \geq 0$. Odredite funkciju izvodnicu tog niza i nađite linearnu rekurziju koju zadovoljava.
7. Odredite funkciju izvodnicu niza zadanog rekurzijom $(n+2)a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ i početnim uvjetima $a_0 = a_1 = 1$.