

Domaća zadaća 6

1. Na koliko načina možemo izabrati 5 karata iz špila od 32 karte (po 8 karata u četiri boje: ♠, ♠, ♡, ♣) tako da imamo bar jednu kartu svake boje?
2. Koliko ima podskupova od $\{1, 2, \dots, 6n\}$ koji sadrže bar jedan paran broj i bar jedan broj djeljiv s 3? Brojevi ne moraju biti različiti, npr. podskup $\{6\}$ zadovoljava uvjet.
3. Koliko ima permutacija multiskupa $\{a_1^2, a_2^2, \dots, a_n^2\}$ (n različitih elemenata kratnosti 2) u kojima su susjedni elementi različiti?
4. Koliko ima grafova sa skupom vrhova $V = \{1, 2, \dots, n\}$ koji nemaju izoliranih vrhova? Za vrh kažemo da je izoliran ako je stupnja 0, tj. nije incidentan niti s jednim bridom.
5. Odredite broj permutacija $\pi \in S_5$ sa zabranjenim pozicijama iz skupa $P = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 3), (4, 4), (5, 5)\}$.
6. Odredite broj permutacija $\pi \in S_4$ takvih da je $\pi(1) \neq 3$, $\pi(2) < 3$ i $\pi(4) > 1$.
7. Odredite broj permutacija $\pi \in S_6$ takvih da $\pi(1)$ i $\pi(2)$ nisu djeljivi s 3, $\pi(3)$ i $\pi(4)$ nisu djeljivi s 4, a $\pi(5)$ i $\pi(6)$ nisu djeljivi s 5.
8. Graf G dobijemo od potpunog bipartitnog grafa $K_{n,n}$, $n \geq 2$, tako da iz njega izbacimo bridove jednog ciklusa duljine 4. Koliko ima savršenih sparivanja u grafu G ?
Uputa: Interpretirajte kao problem prebrojavanja permutacija sa zabranjenim pozicijama, ili rasporeda nenapadajućih topova na krnjoj šahovskoj ploči.