

NUMERIČKE METODE FINACIJSKE MATEMATIKE
27.09.2007.

Studenti koji su kolegij slušali 2003./2004. i 2004./2005. rješavaju zadatke 1, 2, 3, 5, 6. Studenti koji su kolegij slušali 2005./2006. i 2006./2007. pišu zadatke 1, 2, 3, 4, 5.

1. Hermiteovim interpolacijskim polinomom stupnja 5 aproksimirajte funkciju $f(x) = e^{\cos x}$ na ekvidistantnoj mreži intervala $[\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{8}]$.

2. Riješite jednadžbu

$$e^{\frac{1}{1+x^2}} = x$$

pomoću metode sekante tako da za konačnu aproksimaciju vrijedi

$$|e^{\frac{1}{1+x_n^2}} - x_n| < 10^{-6}.$$

Za početne iteracije uzmite $x_0 = 1$ i $x_1 = 2$.

3. Riješite običnu diferencijalnu jednadžbu

$$y'(x) = \frac{-y(x)}{1+x}, y(0) = 2$$

pomoću Runge - Kuttine metode (RK-4 metode) na intervalu $[0, 1]$ i na mreži od $n = 4$ jednakih dijelova.

4. Eksplicitnom metodom konačnih diferencija numerički riješite rubni problem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, x \in \langle 0, 3 \rangle, \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(0, \tau) &= \tau, \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(3, \tau) &= \frac{1}{1+\tau}, \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(x, 0) &= \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right), x \in [0, 3] \end{aligned}$$

na mreži definiranoj sa $h_x = 1$ i $h_\tau = 0.5$

5. Za danu matricu A i vektor b

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 4 & -2 \\ 0 & 10 & -3 \\ 6 & -3 & 4 \end{pmatrix} \text{ i } b = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

riješite sustav $Ax = b$ pomoću QR faktorizacije matrice A . Tu faktorizaciju provedite pomoću Householderovih reflektora. Ne smijete direktno izračunati niti jedan Householderov reflektor.

6. Izračunajte ocjenu za grešku unaprijed izraza

$$\hat{A} = \text{fl}(U\Sigma V) \quad , \quad U, \Sigma, V \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

pri čemu je $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ dijagonalna matrica.

Martina Barberić

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak nosi 20 bodova.
Dozvoljena je uporaba kalkulatora (koji nisu programabilni) i jednog lista papira A4 formata s formulama. Među tim formulama ne smije biti izvoda samih formula.

Rezultati: ponedjeljak 1.10.2007 u 15:00, a **možda** i ranije na <http://web.math.hr/~hyde/nmfm/rezultati.html>