

NUMERIČKE METODE FINANCIJSKE MATEMATIKE
27.06.2007.

Studenti koji su kolegij slušali 2003./2004. i 2004./2005. rješavaju zadatke 1, 2, 3, 5, 6. Studenti koji su kolegij slušali 2005./2006. i 2006./2007. pišu zadatke 1, 2, 3, 4, 5.

1. U tablici se nalaze podaci o godišnjem broju razvoda u Engleskoj i Walesu u razdoblju od 1975. do 1980.

| | | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| godina | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 |
| broj razvoda(x 1000) | 120.5 | 126.7 | 129.1 | 143.7 | 138.7 | 148.3 |

Nađite po dijelovima linearnu interpolaciju p koja prolazi kroz te točke. Provedite algoritam binarnog pretraživanja za izvrednjavanje vrijednosti interpolacijske funkcije u točki $p(1977.5)$. Umjesto da radite s brojem $126.5 \cdot 1000$, smijete raditi sa 126.5.

2. Numerički izračunajte $\sqrt[3]{-3}$ Newtonovom metodom na početnom intervalu $[-2.5, -0.5]$ uz grešku 10^{-8} . Uzmite $x_0 = -1$.
3. Riješite običnu diferencijalnu jednadžbu

$$y'(x) = -\frac{y(x)}{1+x}, y(0) = 2$$

pomoću Eulerove metode na intervalu $[0, 1]$ i na mreži od $n = 5$ jednakih dijelova. Grafički prikazite dobivene točke.

4. Implicitnom metodom konačnih diferencija numerički riješite rubni problem:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, x \in \langle -1, 1 \rangle, \tau \in \langle 0, 1.2 \rangle \\ u(-1, \tau) &= \sqrt{\tau + 1}, \tau \in \langle 0, 1.2 \rangle \\ u(1, \tau) &= \tau^2, \tau \in \langle 0, 1.2 \rangle \\ u(x, 0) &= 1 - x, x \in [-1, 1]\end{aligned}$$

na mreži zadanoj sa $h_x = 0.5$ i $h_\tau = 0.6$

5. Točke iz tablice dane u prvom zadatku aproksimirajte pravcem $p(x) = b_0 + b_1x$ metodom najmanjih kvadrata. Za rješavanje problema najmanjih kvadrata upotrijebite QR faktorizaciju s Householderovim reflektorima. Potom izračunajte $p(1977.5)$. Umjesto da radite s brojem iz tablice $126.5 \cdot 1000$, smijete raditi sa 126.5.

6. Pomoću faktorizacije Choleskog odredite skup svih $\lambda \in \mathbb{R}$ za koje je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 7 \\ 2 & 13 & 13 & 14 \\ -1 & 13 & \lambda & -11 \\ 7 & 14 & -11 & 69 \end{bmatrix}$$

pozitivno definitna.

Martina Barberić

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak nosi 20 bodova.
Dozvoljena je uporaba kalkulatora (koji nisu programabilni).

Rezultati: petak 29.06. u 15:00, a možda i ranije na
<http://web.math.hr/~hyde/nmfm/rezultati.html>
Termin usmenog bit će objavljen naknadno.