Numeričke metode financijske matematike
Druga zadaća

Ovu zadaću imaju pravo pisati svi oni koji su bili na vježbama 30.03.2007. (njih 47). Podijelite se u grupe. Svaka grupa treba imati po 5 članova (dopuštam mogućnost da točno jedna grupa može imati manje od 5 članova - broj 47 nije djeljiv s 5). Svaka grupa treba riješiti cijelu ovu zadaću. Ideja je da svaki član grupe riješi po jedan zadatak i onda ga prezentira ostalim članovima grupe.

Format zadaće može biti elektronski (u npr. wordovom dokumentu, .pdf formatu) ili papirnati. U elektronskom obliku treba stici na moj e-mail do petka 6. travnja 2007. u 10i15. Papirnati se predaje tijekom/nakon vježbi u taj isti petak. U svakom slučaju, trebaju biti jasno naznačeni i predani svi zadaci. Grupa u kojoj neće biti 5 članova predaje onoliko zadataka koliko članova ima.

U petom zadatku nalazi se dio teksta koji nije napravljen na vježbama. Taj dio moraju imati svi pa ga svakako proučite svaki za sebe.

Zadatak 1 (Vezan uz Primjer1 (a) s vježbi)

Potrebno je pomoću m-filea bisekcija.m odrediti nultočku funkcije $f(x) = x^3 - 1.5$ i broj koraka koji je potreban da se dostigne tražena točnost.
Na vježbama je dana formula kojom se može izračunati koliko je koraka potrebno da se postigne da je $|\alpha - x_n| \leq \varepsilon$. Pronadjite tu formulu i probajte 'ručno' provjeriti slaže li se taj broj s brojem koraka koji je bio potreban MATLABu.
Nadalje, potrebno je početni i idućih 5 koraka metode bisekcije provesti ručno na način kao u vježbama. Ideja ovoga dijela zadatka je da naučite (i shvatite) kako metoda funkcionira.

Zadatak 2 (Vezan uz Primjer1 (b) s vježbi)

Potrebno je pomoću m-filea newton.m odrediti nultočku funkcije $f(x) = x^3 - 1.5$ i broj koraka koji je potreban da se dostigne tražena točnost. Vrijednosti potrebne za pokretanje ovog m-filea dane su na vježbama.
Na vježbama je dan test koji garantira da je $|\alpha - x_n| \leq \varepsilon$. Pronadjite tu formulu i probajte 'ručno' odrediti broj koji treba stajati umjesto upitnika u izrazu $|x_n - x_{n-1}| \leq ?$.
Nadalje, potrebno je početni i idućih 5 koraka Newtonove metode provesti ručno na način kao u vježbama. Ideja ovoga dijela zadatka je da naučite (i shvatite) kako metoda funkcionira.

Zadatak 3 (Vezan uz Primjer2 s vježbi)

Potrebno je pomoću m-filea newton.m odrediti nultočku funkcije $f(x) = x^3 - 5.56x^2 + 9.1389x - 4.68999$ i broj koraka koji je potreban da se dostigne tražena točnost. Vrijednosti potrebne za pokretanje ovog m-filea dane su na vježbama.
Na vježbama je dan test koji garantira da je $|\alpha - x_n| \leq \varepsilon$. Pronadjite tu formulu i probajte 'ručno' odrediti broj koji treba stajati umjesto upitnika u izrazu $|x_n - x_{n-1}| \leq ?$.
Nadalje, potrebno je početni i sve ostale korake Newtonove metode provesti ručno na način kao u vježbama. Ideja ovoga dijela zadatka je da naučite (i shvatite) kako metoda funkcionira.

Zadatak 4 (Vezan uz Primjer3 s vježbi)

Potrebno je odrediti točku cikliranja iteracija za funkciju $f(x) = \arctan(x)$ i broj koraka koji je potreban da se dostigne tražena točnost. Ovaj problem se može svesti na problem traženja nultočke neke druge funkcije. Ta funkcija izvedena je na vježbama. Koristi se m-file bisekcija.m s ulaznim podacima koji su dani na vježbama. Na vježbama je dana formula kojom se može izračunati koliko je koraka potrebno da se postigne da je $|\alpha - x_n| \leq \varepsilon$. Pronadjite tu formulu i probajte 'ručno' provjeriti slaže li se taj broj s brojem koraka koji je bio potreban MATLABu.
Nadalje, potrebno je početni i idućih 5 koraka metode bisekcije provesti ručno na način kao u vježbama. Ideja ovoga dijela zadatka je da naučite (i shvatite) kako metoda funkcionira.

Zadatak 5. (Vezan uz primjer 4 s vježbi)

Dio koji nije dan na vježbama, a svi ga trebaju imati:
Rješavanje nelinearne jednadžbe $p = \sum_{t=1}^{N} \frac{c_t}{(1+y)^t}$ *po* y *rješava se numerički, npr. nekom iterativnom metodom. Tražimo nultočku funkcije*

$$f(y) = \sum_{t=1}^{N} \frac{c_t}{(1+y)^t} - p.$$

Riješimo ovaj problem pomoću Newtonove metode.

$$f'(y) = \sum_{t=1}^{N} (-t) \frac{c_t}{(1+y)^{t+1}}$$

Za $y \geq 0$ *je* $f'(y) < 0$ *(jer je* $\frac{c_t}{(1+y)^{t+1}} > 0$ *za* $t = 1, \ldots, N$*) pa je* $f'(\alpha) < 0$ *pa je* α *jednostruka nultočka. Nadalje,*

$$f''(y) = \sum_{t=1}^{N} t(t+1) \frac{c_t}{(1+y)^{t+2}},$$

vidimo da je $f'(y)$ *rastuća i negativna, a* $f''(y)$ *padajuća i pozitivna. Za konkretan primjer riješit ćemo slučaj kada je*

p	N	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
49095.03	5	10000	15000	12000	15000	7000

Sada prelazimo na sam zadatak. Za izvršenje ovog zadatka bit će potrebni sljedeći m-fileovi: prinos.m, dprinos.m, d2prinos.m te newton.m.
Na slici koju generira naredba

fplot('prinos',[0 1])

može se vidjeti da se nultočka nalazi negdje oko 0.1 pa biramo interval [0.05,0.15]. Na isti način iscrtajte 'dprinos' i 'd2prinos'. Pomoću slike se lako vidi da je

$$M2 = \max_{x \epsilon [0.05, 0.15]} |f''(x)| = 5.77255 \cdot 10^5$$

$$m2 = \min_{x \epsilon [0.05, 0.15]} |f'(x)| = 9.283211 \cdot 10^4$$

Sada za grešku manju od 10^{-15} i uz $x_0 = 0.07$ možemo pokrenuti newton.m (Pomoć: $5.77255 \cdot 10^5$ se u MATLABu piše kao $5.77255e+5$). Traženi prinos (nultočku koju je izračunao MATLAB) potrebno je izraziti u postocima. Izračunati broj se pomnoži sa 100 i dobije se traženi prinos.
Za ovaj zadatak potebno je predati sve tri sličice te dati nultočku i broj koraka koje je MATLAB koristio.
Nadalje, potrebno je početni i sve ostale korake Newtonove metode. provesti ručno na način kao u vježbama. Ideja ovoga dijela zadatka je da naučite (i shvatite) kako metoda funkcionira.