

## 2. Zadaća

- a) Neka je  $E : y^2 = x^3 + 4$ . Odredite  $E(\mathbb{Q})_{tors}$ .
- b) Neka je  $E : y^2 = x^3 + 337x + 20376$ . Odredite  $E(\mathbb{Q})_{tors}$ .
- c) Neka je  $E : y^2 = x^3 + 5x + 4$ . Odredite  $K = \mathbb{Q}(E[2])$ , generatore od  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ , te djelovanje od  $\rho_2$  na svaki element od  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ .
- d) Neka je  $E : y^2 = x^3 + 4$ . Odredite  $K = \mathbb{Q}(E[3])$ , generatore od  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ , te djelovanje od  $\rho_3$  na svaki element od  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ .
- e) Dokažite da  $E : y^2 = x^3 + 4$  nema točke reda 5 ni nad jednim poljem algebarskih brojeva stupnja  $\leq 10$ .
- f) Neka je  $E/\mathbb{Q}$  eliptička krivulja s kompleksnim množenjem s nekim redom kvadratnog polja  $K$ , te neka se prost broj  $p$  cijepa u  $K$ . Odredite što bolju gornju ogradu za najmanji stupanj polja  $F$  (nad  $\mathbb{Q}$ ) takvo da  $E(F)[p] \neq \{O\}$ .