Teorija polja klasa i teorija kompleksnog množenja

3. zadaća, 7.2.2018.

1. Neka je $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-7})$, $L = \mathbb{Q}(\zeta_7)$. Odredite $((2+\sqrt{-7}), L/K)$ i $((1+2\sqrt{-7}), L/K)$.

2. a) Neka je $K = \mathbb{Q}$. Nađite polja klasa zraka $K_{\mathfrak{m}}$ za moduluse $\mathfrak{m} = m$ i $\mathfrak{m} = m\infty$.

   b) Nađite modulus $\mathfrak{m}$ i generaliziranu grupu klasa ideala H takvu da je $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ polje klasa za H nad $\mathbb{Q}$.

3. Nađite Hilbertovo polje klasa od $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-5})$. Može vam koristiti da je $h_K = 2$.

4. Nađite Hilbertovo polje klasa od $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-21})$. Može vam koristiti da je $h_K = 4$, te da je $Cl_K \simeq \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

5. Neka je $L/\mathbb{Q}$ proširenje stupnja 4, takvo da je $\mathrm{Gal}(\widetilde{L}/\mathbb{Q}) \simeq D_4$, gdje je $\widetilde{L}$ Galoisovo zatvorenje od L nad $\mathbb{Q}$. Odredite sve moguće faktorizacijske tipove od cijelih prostih brojeva u L te odredite udio prostih brojeva s tim faktorizacijskim udjelima (ignorirajte proste brojeve koji se granaju).

Zadaću treba predati do 28.2.2018.