

OD BROJA DO SVJESNOSTI

(tekst uz predavanje)

Lavoslav Čaklović

*Prostor nam je dan rođenjem,
vrijeme nam je dano mišljenjem.*

(Vede)

Ova Vedska izreka govori da su prostor, mišljenje i vrijeme početni uvjeti našeg putovanja. To je rečeno matematički sažeto, precizno i bez okolišanja. Ono što slijedi nakon toga nazivamo životom.

Pojmovi o kojima se raspravlja u ovom tekstu čine osnovu za razumijevanje našeg bivanja u ovom svijetu. Za njih smo čuli u školi i specijalističkim studijima nakon toga. Možda je najbolje da sve to što ste naučili zaboravite.

U poimanju i opisivanju onoga što vidimo koristimo matematičke modele i nagađanja. Matematički modeli koriste simbole, nagađanja koriste riječi. Ono što nazivamo eksperimentom je pokušaj potvrde naših procjena, a matematika nam pomaže u predviđanju. Sve ostalo je interpretacija.

Filozofija je posljedica nerazumijevanja jezika.

Wittgenstein (filozof)

Prostor i vrijeme su bazični koncepti koji omogućavaju da jedni drugima prenosimo slike (mentalne strukture) putem riječi. U osnovi prostora, vremena i riječi stoji broj, ako ništa drugo onda kao oblik vibracije. Drugim riječima, prostor, vrijeme i riječ su manifestacije vibracije putem broja. Broj je najapstraktniji pojam naše civilizacije. Brojevi imaju svoju strukturu, ali mi od toga, u svakodnevnom životu, razumijemo samo $2 + 2 = 4$.

Matematički modeli sami za sebe ne znače ništa bez interpretacije. Interpretacija im daje smisao, a za interpretaciju je potrebno proživljeno iskustvo. Kroz brojeve strukture dakle, iskustvo zapravo interpretira svoje vlastito postojanje.

U ovom tekstu ima i povijesnih činjenica koje su revidirane našim današnjim iskustvom. Povijest se ne može ponoviti, ona se samo može ponovo prepričati. Isto tako je s bajkama. Svaka bajka, ponovno ispričana je nova bajka i zato bajke treba pričati, a ne čitati. Vaš život je bajka. Jednako tako možda ćete uočiti novu revolucionarnu ideju o kojoj do sada niste razmišljali, a možda je to samo nova vizija nečeg što činite svaki dan ili to vaš susjed radi od kada zna za sebe. Uživajte!



U raspravama i raznim argumentacijama često kažemo: *Pomiješao si kruške i jabuke.*

Što su kruške, što su jabuke, što znači (po)miješati i što je krivo ako sam ih (po)miješao? Ako na tržnici imaju istu cijenu, a vama je samo to bitno, onda ćete najvjerojatno kupiti malo jabuka i malo krušaka. Ako ih razlikujete onda ih razlikujete po nekoj kvaliteti. Ako ste ju imenovali to bolje, ali vi ste ti koji pridjeljujete objektima kvalitetu i po tome ih razlikujete. Postoji li ta kvaliteta prije vas ili ste je uočili u trenutku kad ste percipirali objekt? A da li biste percipirali objekt da nije bilo kvalitete? Ako i postoji odgovor na sva ova pitanja on je sigurno posljedica interakcije između vas kao promatrača i objekta.

A što je svjesnost? Jeste li svjesni da imam bradu i brkove? Kakve su boje? Jeste li svjesni X-zrake koja je ušla u dvoranu ovaj tren i omela zvučnike? Zvučnici su reagirali, a vi niste. Gdje je svjesnost? Ima

li položaj u prostoru i vremenu? Pokažite mi gestom gdje se nalazi? Je li to vaša osobna svjesnost? Vaša gesta je posljedica vašeg poimanja svjesnosti ovog trenu. Ja sam mislio na percepciju, a vi ste mislili na Promatrača s velikim 'P'.

Svjesnost nije pojam koji je jednoznačan. Mi ljudi koristimo iste riječi ali se ne razumijemo. Ne razumijemo se jer namamo isto iskustvo. Ako želimo zajedno proučavati svjesnost onda je nužno da izmjenjujemo vlastita iskustva. Jedan od načina je da pijemo kavu na terasi i pričamo priče. To radimo od pamtivjeka. Za znanstveni pristup istraživanju svjesnosti potrebno je razviti tehniku generiranja individualnog (osobnog) iskustva koji je ponovljiv. Priručnik i upute za takvo nešto postoje, ali možda to niste znali jer vam mama i tata nisu na njih obratili pažnju. Nisu vam to rekli ni u školi, niti na fakultetu jer smatraju da to nije njihova dužnost. Ta uputstva postoje i ja ih imam u džepu. To su *Joga sutre* od Patanjaliya (2. st. pne.) i možete ih smatrati priručnikom za preživljavanje u najširem smislu tog pojma.

Sanskritska riječ *sūtra* znači aforizam ili niz povezanih aforizama. Sūtra ne mora biti gramatički korektna, ona sa što manje riječi prenosi smislenu poruku. Patanjali to radi s takvom preciznošću da smisao njegovih sutri graniči s programerskim kôdom. Patanjali vam neće podilaziti i vabiti vas da krenete njegovim putem. On vam samo objašnjava i opisuje krajolik na tom putovanju da ne izgubite kompas i da shvatite gdje ste. Vaš je jedini zadatak biti na putu inače ništa nećete razumjeti.

Sadržaj

1	Prostor	3
1.1	Prostor u fizici	3
1.1.1	Poimanje prostora u fizici kroz povijest	3
1.1.2	Teorija relativnosti	5
1.1.3	Kvantna mehanika	6
2	Vrijeme	7
2.1	Mjerenje vremena	7
2.1.1	Mjerenje vremena. Sat	8
2.1.2	Vrijeme kao posljedica promjene položaja	9
2.1.3	Vrijeme i gravitacija.	10
2.1.4	Kvaliteta vremena	10
2.2	Subjektivno vrijeme.	12
2.2.1	Vrijeme kao osobno iskustvo	12
2.2.2	Konceptualizacija vremena	12
2.2.3	Zašto je vrijeme jednosmjerno?	13
2.2.4	Uloga memorije	13
2.2.5	Vrijeme kao uzrok patnje.	14
3	Broj	14
3.1	Navya-Nyāya škola	14
3.2	Frege i prirodni brojevi	14
3.2.1	Koncept. Put u apstraktno.	16
3.2.2	Broj kao mogućnost razlikovanja.	16
3.2.3	Prirodni brojevi	17
4	Svjesnost	18
4.1	Poteškoće u znanstvenom pristupu svjesnosti	18
4.2	Percepcija	19
4.2.1	Stvarnost je iluzija?	19

5	Mjerenje	20
5.1	Povijest mjerenja	20
5.2	Subjektivno mjerenje	21
5.2.1	Graf preferencije.	21
5.2.2	Mjerenje razlike preferencije	22
5.2.3	Metoda potencijala	22
5.2.4	Neke primjene metode potencijala	23
5.3	Analiza moždane aktivnosti	27

1 Prostor

Prostor je okruženje u kojem živimo i krećemo se. Ta naivna slika prostora već uključuje vrijeme zato jer kretanje doživljavamo kao promjenu položaja u vremenu, pa se postavlja pitanje što je primarno, prostor ili vrijeme? Postoje li prostor i vrijeme nezavisno jedno od drugoga? U kakvom su odnosu kao metafizički pojmovi? Možemo li išta o tome reći ako nismo označili (definirali) niti jedno od tog? Ako netko kaže da su to iluzije, što je to iluzija? Čak i ako prostor i vrijeme jesu iluzija, bez obzira znadem li što je iluzija ili ne, njihov međusobni odnos i interakcija nisu nepoznatljivi, ako ničim drugim onda iskustvenom činjenicom da je brže prevaliti put od Rijeke do Zagreba jašući konja nego pješaćiti.

Jesu li pojmovi kao prostor i vrijeme bitni za naš svakodnevni život? Je li mi bitna (ne)egzistencija prostora i/ili vremena ako nisam rođen? Životno okruženje ribe je voda. Mijenja li ta činjenica išta u njenom životu? Čovjek nije riba – odgovarate mi i gledate u noćno nebo tražeći odgovore na nepostavljena pitanja.

Što se prostora i vremena tiče postoji bitna razlika u njihovom razumijevanju kako to čini znanost i njihovog subjektivnog doživljaja. Fizičari rade matematičke modele koje ni sami ne interpretiraju na konzistentan način. Bez obzira na to, u povijesnom razvoju ideje prostora i vremena povremeno se pojavljuje ideja da je vrijeme parametar koji je izvedenica iz fizikalnih zakona. Kreator takvih ideja u novijoj povijesti je Leibniz, ali ih nije matematički formulirao iako je razvio simboliku i metodologiju. Danas je takva slika posljedica modela kvantne gravitacije. Vrijeme kao termin u svakodnevnom životu je nužan i potreban u izražavanju naših namjera i kreiranju mogućih scenarija.

*Naše nerazumijevanje možemo svrstati
u dvije kategorije: Problemi i Mistika.*

Noam Chomski (filozof i lingvista)

1.1 Prostor u fizici

Pojam prostora, kako ga shvaća znanost nešto je posve drugo od subjektivnog poimanja prostora kojeg doživljavamo kao naše neposredno okruženje. Samo u matematici postoji *Euklidski prostor, Hilbertov prostor, afini prostor, prostor-vrijeme, . . .*, a izvan nje *mentalni prostor, realni prostor, idealni prostor, fizikalni prostor, . . .* Pojam dimenzije je usko vezan uz prostor pa kažemo 3D-prostor za prostor u kojem je naš položaj određen s tri parametra.

Je li prostor nešto konkretno, opipljivo ili je konstrukt našeg uma? Da li je prostor nakupina objekata koji imaju nešto zajedničko ili je prostor kontejner u kojeg ubacujemo sve i svašta?

1.1.1 Poimanje prostora u fizici kroz povijest

Drevna Grčka. Platon je smatrao da su prostor i svemir nedjeljiva cjelina. Za Aristotela je vrijeme bilo gibanje. U principu se njihovi stavovi ne razlikuju, samo što Aristotel nudi posrednika između prostora i vremena u formi gibanja. Euklid nudi aksiomatiku geometrije. On ne definira objekte i elemente prostora već definira njihove međusobne odnose. Takvu apstrakciju nitko nije postigao prije njega. Euklid je svjestan

poteškoća koje nastaju definiranjem pojmova, vjerojatno je svakidašnji jezik smatrao nesavršenim za takvo nešto jedako kao i Wittgenstein.

Što se gibanja tiče, Aristotel je smatrao da tijelo 'treba gurati' kako bi se gibalo. On je tražio svrhu postojanja stvari, a uzrok gibanja nalazio je u vječnom Gibatelju.

Zanimljivo je da drevni Grci nisu imali pojam trenutačne brzine. Njima je bilo nepojmljivo dijeliti nestovrsne veličine (duljina/vrijeme), a nisu znali niti za pojam granične vrijednosti. U to vrijeme nije bilo sata, osim sunčevog sata na zidu, a on je pokazivao lokalno vrijeme.

Perzija. Arapi. (10. – 11. st.) Avicena (Ibn-Sīnā), Al-Bīrūnī, Al-Baghdādī i drugi filozofi tog vremena uglavnom raspravljaju u gibanju i dinamici. Ismijavaju Aristotela i njegovu fiziku koja ni u teoriji nije dozvoljavala vakuum. Bili su nadomak Newtonove jednadžbe gibanja. Al-Bīrūnī je posrednik u prenošenju indijske matematike i astronomije na zapad.

Avicena je tvrdio da tijela, u odsustvu trenja, zadržavaju stanje gibanja bez guranja što je slobodnije ispričan zakon održanja impulsa u Newtonovoj mehanici.

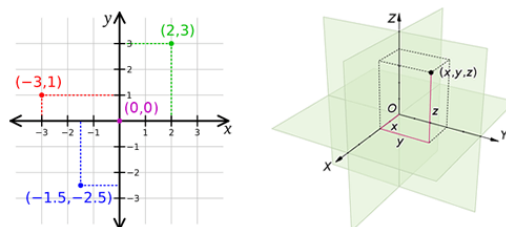
Descartes. Newton (17. st.) Descartes i njegovi sljedbenici, shvaćali su prostor kao proširenje supstance, a gibanje 'u prostoru' je zapravo gibanje u odnosu na fluid koji ispunjava prostor. Poteškoća s takvim prostorom je taj što je pojam mjesta i lokalizacije teško ili nemoguće pojmiti.

Newtonova razmišljanja o prostoru i vremenu nemaju metafizičku pozadinu jer smatra da bi fizika trebala iznjedruti pojmove prostora i vremena koji su prihvatljivi za razumijevanje fizikalnih pojava. Najjednostavnija pretpostavka je da su Bog i fizička tijela smještena u prostor i vrijeme kao kontejnere koji čine okruženje za njihove prostorno-vremenske odnose.

Svemir se, prema Newtonu, giba jer poštuje jednadžbe fizike i dovoljno je poznavati početnu brzinu i položaj planeta. Nije potreban uzrok gibanja.

Koordinatni sustav (KKS), kakvim ga danas poznajemo, prvi put se spominje kod Leibniza (1692). Descartesovo ime nosi jer se ta ideja uklapa u njegovu filozofiju. Prema *Enciklopediji Britanici* Pierre de Fermat je

Slika 1: 2D i 3D kartezijev koordinatni sustav kakvim ga danas znademo. Cartesius je latinska inačica Descartesovog imena.



također imao ideju KKS-a ali ju nije objavio. Eratosten (3. st. p.n.e.) je crtao tada poznati svijet na 2D mapi koja liči na kartezijev koordinatni sustav. Ishodište O koordinatnog sustava je pozicija ega (lokalizirane svijesti), a koordinatne osi se protežu u beskonačnost i pokazuju mogućnost transcencije ega u beskonačnu univerzalnu svijest (Boga). Takva reprezentacija je glavni argument zašto KKS nosi Descartesovo ime.

Leibniz (17. – 18. st.) Nasuprot Newtonovom prostoru-kontejneru i njegovom apsolutnom vremenu koje teče uniformno bez obzira na bilo kakve mehaničke procese stoji Leibnizova prostorno-vremenska struktura za koju nije apriori jasno kako je razumijevati jer smo 'indoktrinirani' Newtonom. Leibnizov prostor nije ništa drugo nego ukupnost svih mogućih odnosa među monadama, a ti odnosi reprezentirani su 'metričkim'

relacijama koje u principu mogu biti proizvoljne, ali na neki način homeomorfne (korespondentne). Njegova rečenica¹ da je: *prostor odnos među koegzistirajućim mogućnostima, vrijeme je odnos među neusklađenim mogućnostima*, odražava Leibnizovo viđenje da niti prostor ni vrijeme ne postoje van fenomenološke strukture (manifestacije). Današnje spoznaje revidiraju značaj Leibnizovog pristupa jer manifestacija dozvoljava različite metrike i geometrije što ne isključuje ni specijalnu niti opću teoriju relativnosti. Neke suvremene interpretacije shvaćaju Leibnizov prostor kao dekodiranu realnost što ne isključuje niti mogućnost da je prostor, kojeg vidimo i doživljavamo, holografaska projekcija neke višedimenzionalne strukture prilagođena našim fizičkim i mentalnim ograničenjima.

Kant (18. st.) U Kantovoj *Kritici čistog uma*, prostor i vrijeme su prerekviziti za bilo kakvo iskustvo. Oni su apsolutni u smislu da su to čiste forme naše intuicije i ne mogu biti modificirani našim iskustvom. Apsolutni prostor treba razlikovati od empirijskog prostora koji je sažetak svih iskustvenih objekata i formi koje su i sami stvar percepcije. Nadalje, gibanje kao promjena položaja je empirijskog karaktera radije nego pojam čistog uma. Pitanje je li tijelo u mirovanju ili uniformnom gibanju nije alternativno već disjunktivno. Drugim riječima, stanje gibanja je nemoguće odrediti i predstavlja mogućnost a ne određenost. Nasuprot tome, kružno (ili bilo koje zakrivljeno) gibanje je istinski atribut jer predstavlja vanjsko djelovanje koje ga sprečava da se giba uniformno po pravcu ili da miruje. U tom smislu rotacija Zemlje je stvarno gibanje što se pokazuje prisustvom inercijalnih sila čak i u praznom prostoru.

Poincaré (19. – 20. st.) Na kraju svega, postavlja se pitanje koje bi Poincaré postavio prije svega: *"Čemu nastojanje da se opravda apsolutni prostor, ako ga shvatimo kao konvenciju"*. Kao takav on posjeduje neku funkcionalnu vrijednost i korist koju potvrđuju i pojedini eksperimenti. Takva konvencija ne mora biti u stanju objasniti sve mehaničke pojave, što na kraju krajeva i nije istina jer mehanika nije newtonovska.

U principu, gibanje i promjenu gibanja u prostoru nema smisla promatrati neovisno o dinamici, tj. bez djelovanja sila kao uzroka gibanja. Nadalje, ako je djelovanje sila uzrokovano materijom, onda bi jednadžbe gibanja trebale izražavati odnos među parametrima *masa-geometrija-vrijeme*.

Poincaré je bio jedan od rijetkih koji je trodimenzionalni geometrijski prostor shvaćao kao simplifikaciju beskonačno dimenzionalne psiho-motoričke strukture unutar koje se krećemo i sebe doživljavamo. To je iskustvena kreacija. Broj 3 je najmanji broj parametara koji je dovoljan za određivanje našeg položaja u tom prostoru, a generiran je našim umom na temelju iskustva kretanja. Ono što nazivamo *Euklidskim prostorom* je samo matematička virtualizacija tog prostora. On je čak opisivao kako iskustvo gibanja stičemo gibanjem i kroz njega percipiramo vrijeme.

Napomenimo da je formula $E = mc^2$ zapravo Poincaréova, a ne Einsteinova.

1.1.2 Teorija relativnosti

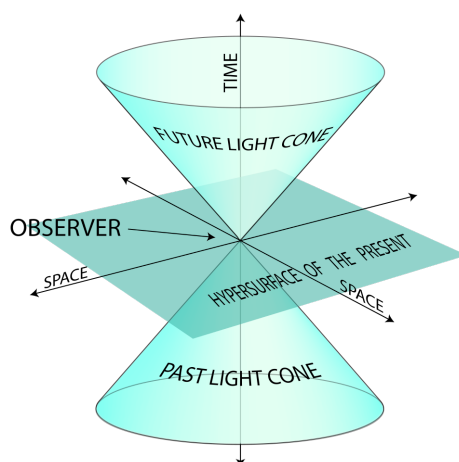
Relativistička mehanika unosi jednu bitnu novinu, a to je da se informacija u svemiru širi brzinom svjetlosti $c = 299\,792\,458$ m/s. U specijalnoj teoriji relativnosti dva promatrača u različitim sustavima koji se gibaju jedan u odnosu na drugi vide različite realnosti.

Ramana Maharshi, na upit što misli o specijalnoj teoriji relativnosti, je odgovorio: *"Ne možete me uvjeriti da postoje dva promatrača, ne postoji niti jedan."*

Na slici 2 prikazan je prostor-vrijeme u specijalnoj teoriji relativnosti. Jednostavnosti radi ovdje je fizički prostor dvodimenzionalan kako bi prostor-vrijeme bio trodimenzionalan, a takvog ga je moguće prikazati slikom.

¹U svom trećem pismu Clarku

Slika 2: Prostor događaja u specijalnoj teoriji relativnosti. Jednostavnosti radi ovdje je fizički prostor dvodimenzionalan.



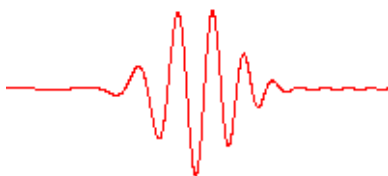
1.1.3 Kvantna mehanika

Ako mislite da razumijete kvantnu mehaniku onda je ne razumijete.

Richard Feynman (fizičar)

Novost koju donosi kvantomehantički pogled na svijet je valna priroda materije (slika 3). Snop elektrona

Slika 3: Valni paket. Gibanje elektrona konstantnom brzinom.



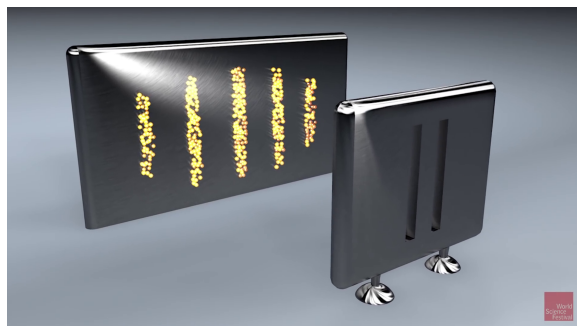
koj prolazi kroz dvije uske vertikalne i paralelne pukotine (slika 4) ostavljaju na zaslonu sliku od mnogo pukotina koje blijede prema rubu zaslona. Ista slika se pojavljuje i u eksperimentu s jednim elektronom kojeg pucamo uzastopno (umjesto snopa).

Kvantna fizika to objašnjava valnom prirodom materije. Matematički modeli kvantno-mehaničkog sustava umjesto položaja, kao nepoznanicu, imaju valnu funkciju koja opisuje vjerojatnost položaja² (elektrona) u prostoru u određeno vrijeme. Drugim riječima, jednadžba kao rješenje nudi sve moguće položaje ali s različitim vjerojatnostima.

Druga novina je ta da nam se elektron ukazuje na nekom mjestu samo kad imamo namjeru mjeriti njegov položaj. Interpretacija te pojave (jedna od) je ta da mjerenjem stupamo u interakciju (s objektom mjerenja) čiji je rezultat statističkog karaktera.

²Zapravo, vjerojatnost je kvadrat norme $\Psi^* \Psi$.

Slika 4: Valna struktura materije. Prolaz elektrona kroz dvije paralelne pukotine.



Schrödingerova jednačba jedne čestice u električnom polju potencijala $V(r, t)$ opisuje evoluciju stanja Ψ jednačbom

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r, t) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + V(r, t) \right] \Psi(r, t),$$

gdje je $\hbar = h/(2\pi)$ reducirana Plankova konstanta, Ψ je funkcija stanja, a $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ Laplaceov operator. Izraz u zagradi na desnoj strani je Hamiltonov operator (operator energije). Kvadrat 2-norme funkcije Ψ interpretira se kao gustoća vjerojatnosti nalaženja čestice-vala u položaju (r, t) .

2 Vrijeme

Pojam vremena nije jednoznačan u našem rječniku. Dvije najčešće interpretacije tog pojma su: (1) *vrijeme koje pokazuje sat* i (2) *subjektivno vrijeme*. Pojmovi: sadašnjost, prošlost i budućnost su nedefinirani, a koristimo ih u svakodnevnom životu kao i u interpretaciji fizikalnih modela. Sadašnjost identificiramo s doživljajem, prošlost kao nakupinu iskustava, a budućnost je mogućnost. Što se fizikalnih modela tiče tu nema dvojbe, sadašnjost, prošlost i budućnost su dijelovi vremenske skale u odnosu na odabrani parametar vremena t_0 .

Linearnost vremena je posljedica mentalne navike da iza broja, koji pokazuje vrijeme, postoji veći broj, dok je kruženje vremena posljedica 'cirkularnosti' pojave koja generira brojanje. Takvim predodžbama o vremenu smo bombardirani od malena što isključuje mogućnost da je budućnost mnogostruka, da ne kažem višedimenzionalna. Ako zamišljamo budućnost kao mnogostrukost mogućnosti onda vrijeme gubi jednodimenzionalnost. To je jedan od razloga zašto nam se interpretacije kvantne mehanike čine uvrnutim.

2.1 Mjerenje vremena

Vrijeme koje pokazuje sat je konstrukcija uma utemeljena na promatranju fizikalnih pojava. Bez obzira jesmo li ili nismo svjesni zakonitosti tih pojava, mjerenje vremena svodi se na brojanje.

Generator vremena (sat) je pojava u svemiru koju smatramo 'pravilnom' u nekom smislu³. Takve pojave mogu biti: njihalice (uzrokovano Zemljinom gravitacijom – sobno vrijeme), rotacija Zemlje oko svoje osi (univerzalno i sideralno vrijeme), gibanje Zemlje oko Sunca⁴ (uzrokovano privlačnom silom Sunce-Zemlja – tropsko vrijeme), gibanje svih planeta Sunčevog sustava (uzrokovano promjenom relativnog položaja

³Definicija cikličnosti ne postoji ali se takva pojava može opisati sustavom aksioma koje bi trebao zadovoljavati mjerni instrument. Jedan od tih aksioma je *arhimedovost* koji se izražava odnosom kvalitativne relacije koja stoji u pozadini mjerenja i algebre među objektima koje mjerimo. Takav pristup je relativno nov i aksiomatizacija je dovršena u drugoj polovici prošlog stoljeća.

⁴Greška u računanju jedne godine po Perzijskom kalendaru je 1 dan na 110 000 godina.

planeta – planetarno vrijeme ili efemerijsko vrijeme), promjenom stanja atoma cezija-133 (kvantno vrijeme) itd.

Bez obzira koju cikličku pojavu odabrali kao sat, princip mjerenja, o kojem ćemo sada nešto reći je uvijek isti.

2.1.1 Mjerenje vremena. Sat

Smijemo mjeriti samo kad znademo što mjerimo. Kvalitativna procjena trebala bi prethoditi kvantitativnom mjerenju jer, pripremajući se za kvantitativno mjerenje, možemo eliminirati mogućnost otkrivanja novih fenomena.

Hendrik Casimir (fizičar)

Prostor i vrijeme su nerazdvojivi pojmovi u smislu da prvi pojam nosi prostorne kvalitete, a drugi pojam je implicitno vezan uz procese koji se zbivaju u prostoru. U tom smislu, vrijeme samo za sebe ne postoji nezavisno od prostora⁵.

Svaki pojedinac stavlja događaje kojih je svjestan u relaciju u kojoj jedan prethodi drugome. Za događaj koji prethodi kažemo da se desio *ranije* od onog drugog događaja, koji se desio *kasnije*. Ta relacija je tranzitivna u smislu da je prethodnik od prethodnika nekog događaja također prethodnik tog događaja. Tako dobivenu relaciju nazivamo *kvalitativnim vremenom*, koje samo nudi znanje da jedan događaj prethodi drugom, ali ne i *koliko prethodi*. Eksperimentalna je činjenica da mi ljudi nemamo intuitivan osjećaj za duljinu vremenskog intervala, niti osjećaj za jednakost dva vremenska intervala.

U stvari, mi nikad ne svjedočimo pojavama A i B , nego smo svjesni pojava A' i B' u našem mentalnom prostoru, koje su pridružene pojavama A i B . U našoj uobrazilji mi stavljamo A' kao prethodnika od B' i govorimo da A prethodi B . Na takvo naše ponašanje često zaboravljamo i zapostavljamo ga.

Problem nastaje kad se od kvalitativnog vremena želi načiniti univerzalno vrijeme koje nije vezano uz pojedinca. Kako god bilo definirano to vrijeme i kako god precizno mjerili njegove intervale ono je samo *dogovor* načinjen u svrhu interpersonalne razmjene informacija. Takvo vrijeme treba biti prihvatljivo, tj. da ne dovodi u pitanje tranzitivnost psihološkog vremena, bar ne u dosegu i mjeri koja nam je potrebna za svakodnevnu djelatnost. U potrazi za univerzalnim vremenom čovjek je definitivno upućen na svemirska prostranstva; smisao te rečenice bit će jasan iz teksta koji slijedi.

Dvije su poteškoće prisutne:

- Može li se kvalitativno vrijeme transformirati u vrijeme koje je kvantitativno?
- Možemo li na istu mjeru svesti događaje koji se dešavaju u različitim svjetovima?

Na prvo pitanje odgovor je: Ne! Kvalitativna relacija, da bi postala kvantitativna, mora zadovoljavati čitav niz aksioma da bi mogla generirati neku mjeru vremena što čovjek, sam za sebe nema, ali je stvar dogovora da to napravimo svi zajedno.

Što se drugog pitanja tiče, izgleda kao pitanje iz znanstvene fantastike. Ako odgovor i postoji onda bi on trebao odgovoriti i na pitanje što je to svijet i što se podrazumijeva pod pojmom mjere. Ako se pod različitim svjetovima misli na koordinatne sustave koji se gibaju jedan u odnosu na drugi, onda bi pod 'mjerom' trebalo podrazumijevati i razmjenu informacija iz jednog sustava u drugi. Dodatno je pitanje što je to informacija i tko ju percipira. Je li to jedan promatrač koji 'vidi' oba sustava ili su to dva različita promatrača svatko u svom sustavu koji međusobno komuniciraju?

Vrijeme kao broj. Ovo što slijedi teško se može nazvati mjerenjem jer u pozadini mjerenja stoji kvalitativna relacija (v. odjeljak 5 pod nazivom [Mjerenje](#)). Za ovu vrstu 'mjerenja vremena' odabire se neka ciklička pojava u svemiru, neka to bude sat-njihalica. Njihalica se giba od jednog maksimalnog otklona do drugog takvog u suprotnom smjeru i natrag. To je jedan puni njihaj.

⁵Nije pogrešno niti ako kažemo da vrijeme treba prostor za svoju manifestaciju. Oni se pojavljuju u 'paketu'.

Njihanje se dešava u polju Zemljine gravitacije, a povremeno moramo podići uteg sata kako bi njihalice mogla nastaviti gibanje. Utteg sata potreban je kako bi neutralizirao trenje koje nastaje u mehanizmu i kako bi svaki otklon bio jednak onom prvom. Da bi mogli 'mjeriti' vrijeme zahtijevamo da je:

Aksiom 2.1. svaki puni oklon jednak je prvom otklonu.

Ako želimo mjeriti proteklo vrijeme između dva događaja A i B onda događaju A pridružimo položaj njihalice (kut otklona ϕ_A) i to isto učinimo za događaj B . Ta procedura se naziva *sinkronizacija*. Sinkronizacija je izuzetno zahtjevan proces i ono što se dešava u praksi je to da kuteve ϕ_A i ϕ_B ne možemo precizno odrediti. Najbolje što možemo odrediti je to da je kut negdje između jednog i drugog maksimalnog otklona. Zamislimo da je uređaj konstruiran tako da otkucava početak punog njihaja. To znači da pojavu događaja A sinkroniziramo s početkom prvog punog njihaja kad se čuje otkucaj.

Proteklo vrijeme između dva događaja je broj otkucaja između njihovog pojavljivanja.

Ako nema otkucaja događaje smatramo trenutačnim.

Dakle, vrijeme je diskretno: 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-...

Analizirajmo malo postupak mjerenja i naše zaključivanje. Što u prirodi osigurava jednakost dva puna njihaja? Zakon očuvanja energije u formi

$$\frac{1}{2}mv^2 + V(x) = \text{const.}$$

gdje je $V(x)$ potencijalna energija Zemljine sile teže $V(x) = mgx$, gdje je x -os usmjerena uvis, a v je brzina mase m . Drugim riječima vrijeme je posljedica gibanja pod utjecajem potencijalne sile.

Umjesto njihalice mogli smo uzeti bilo koju cikličku pojavu u svemiru. Jedina je razlika što će njihovi satovi imati bolju ili lošiju vremensku rezoluciju od njihalice, tj. imat će različite jedinice vremena. Mjernu jedinicu kod mjerenja vremena uz pomoć Zemljine rotacije nazivamo 1 dan.

Termin 'događaj' pvdje je bilo kakva promjena koju uočavamo u našem subjektivnom prostoru, a putem sinkronizacije

Leibniz je jedan od prvih govorio da je vrijeme posljedica promjene položaja kojeg uočavamo u prostoru. Ako možemo prepoznati gibanje slobodnog tijela⁶ onda to gibanje možemo iskoristiti za mjerenje vremena. U tom slučaju bi se mjerenje vremena svelo na mjerenje duljine.

Sat nije vrijeme.

Kazaljke na zaslonu sata nisu generatori vremena.
To su rezultati mjerenja, dakle posljedica, a ne uzrok.

2.1.2 Vrijeme kao posljedica promjene položaja

$$t_{\phi_0} - t_{\phi} = \sqrt{\frac{r}{2g}} \int_{\phi}^{\phi_0} \frac{d\phi}{\sqrt{\cos \phi - \cos \phi_0}} \quad \text{ili} \quad \delta t = \sqrt{\frac{\sum_i m_i (\delta d_i)^2}{2(E - V)}}.$$

Gornje formule izražavaju duljinu vremenskog intervala prilikom promjene konfiguracije (položaja) matematičkog njihala (lijevo) i svih planeta u Sunčevom sustavu⁷ (Clemence, 1957). Te formule pokazuju da je vrijeme izvedenica iz geometrije prostora i fizikalnih zakona. U ovom slučaju je to varijacijski princip da tijelo u polju sila odabire onu trajektoriju koja minimizira funkcional djelovanja.

Leibniz je, za razliku od Newtona, tvrdio da je vrijeme posljedica dinamičkog modela gibanja i da nije dano apriori van prostora i materije. Takav stav zastupaju Mach, Poincaré, Einstein i drugi. Formula gore desno je posljedica varijacijskog računa kojeg je Leibniz već imao ali su ga D'Alembert, Maupertuis i drugi razradili.

⁶Tijelo na koje ne djeluje sila. Takvo tijelo giba se konstantnom brzinom u inercijalnom referentnom sustavu.

⁷Kvantni sat se danas sinhronizira prema planetarnom vremenu.

Jednadžbe kvantne gravitacije ne uključuju vrijeme kao varijablu. Leibniz je dakle imao pravo. Vrijeme je (logička) posljedica fizikalnog modela stvarnosti kojeg je stvorio um. Možemo slobodno reći da je vrijeme frekvencija koja se manifestira u prostoru (gibanje) putem broja u našem umu.

2.1.3 Vrijeme i gravitacija.

Sat koji je bliže centru gravitacije (centru Zemlje) je sporiji od identičnog sata koji je udaljeniji od njenog centra, a to objašnjava opća teorija relativnosti. To znači da nam stopala sporije stare nego glava jer su stopala bliže centru Zemljine gravitacije. U svakodnevnom životu te razlike su dovoljno malene da nam ništa ne znače. Drugim riječima, vrijeme je lokalni, a ne globalni pojam. Svaka točka prostora ima svoje vrijeme.

Drugo pitanje, koje direktno slijedi iz gornje činjenice, je da li je 'sadašnji trenutak' za mene isti kao i za nekog drugog koji je na nekoj udaljenosti od mene. Eksperimentalna je činjenica da se informacija širi brzinom svjetlosti, i za promatrača koji s Jupitera promatra Zemlju će signal odaslan sa Zemlje tamo biti primijećen za tridesetak minuta. Drugim riječima Jupiteranac nas vidi u njegovoj prošlosti, a našoj budućnosti. Ako se radi o vremenskim intervalima kraćim od tisućinke sekunde onda možemo govoriti o aproksimativnoj sadašnjosti unutar balona radijusa 300 km oko Zemlje. To ima za posljedicu da je uobičajena podjela vremena na prošlost, sadašnjost i budućnost besmislena.

Pojam sadašnjost je besmislen i u specijalnoj teoriji relativnosti jer događaji koji nisu unutar svjetlosnog konusa ne mogu biti jedan drugome niti u prošlosti niti u budućnosti. Dio prostora-vremena van svjetlosnog konusa mogli bismo nazvati 'nelocirani' događaji, ali nikako sadašnjost jer imamo predodžbu da mali skok iz sadašnjosti vodi ili u prošlost ili u budućnost. 'Nelocirani' događaji čine debeli, a ne tanki skup.

2.1.4 Kvaliteta vremena

Ima li vrijeme kvalitetu? Nema jer nije dostupno našim osjetilima. Vrijeme se manifestira u promjeni, a ako promjena ima kvalitetu onda i vremenu pridjeljujemo tu kvalitetu. U mjerenju vremena uz pomoć njihalice, proteklo vrijeme možemo poistovijetiti s gibanjem njihalice od ϕ_A do ϕ_B (uvažavajući broj punih njihaja).

Ako promjene, u kojima se vrijeme manifestira, imaju neku algebarsku strukturu i kvalitativnu relaciju preferencije ima nade da se konstruira vremenska skala koja uvažava postojanje tih struktura.

Termin relacija u matematici reflektira pojam odnosa objekata u našem mentalnom sklopu. Jedna od takvih relacija je na primjer relacija preferencije među slikama u galeriji gdje ste kupac. Između dvije slike možete biti neutralni (indiferentni) ako niste u stanju niti jednoj dati prednost, a možete jednoj od njih dati prednost ako vam se više sviđa. Kriterij preferencije je ovdje subjektivan: opći dojam.

U svakodnevnom životu kvaliteta (atribut) po kojoj radimo preferenciju može biti: cijena, praktičnost, emocija...

Kod uspoređivanja štapova relacija je: "biti duži". Ako dva štapa položimo na pod i okomito na zid odmah vidimo koji je duži. Dodatno, skup štapova S koje uspoređujemo ima i algebarsku strukturu, a to je konkatenacija. Konkatenacija dva štapa je novi štap koji je nastao nadovezivanjem jednog štapa na drugi.

Formalizacija svojstava konkatenacije zahtijeva malo više matematike i čitatelj koji nije upoznat s matematičkim formalizmom slobodno može preskočiti ovaj dio.

Definicija 2.2. Neka je (S, \succsim) kvalitativna preferencija na skupu S . Kažemo da je funkcija $V : S \rightarrow \mathbb{R}$ (kvantitativna) reprezentacija te relacije ako je

$$(a, b \in S), a \succsim b \implies V(a) \geq V(b). \quad (1)$$

Kod uspoređivanja štapova, funkcija V je duljina, a formula (1) izražava zahtjev da duži štap ima veću duljinu. Ako je dodatno prisutna i konkatenacija, označimo ju s \circ , onda postoji i dodatni zahtjevi na V u formi

$$(a, b \in S), V(a \circ b) = V(a) + V(b). \quad (2)$$

U slučaju štapova to je zahtjev da duljina nadovezanih štapova jednaka sumi duljina pojedinih štapova. Pitanje je uz koje uvjete na \circ i \succcurlyeq postoji funkcija V koja zadovoljava zahtjeve (1) i (2).

Jedan od tih zahtjeva je tzv. arhimedov aksiom koji odražava strukturu realnih brojeva. Evo tog aksioma

Aksiom 2.3 (Arhimedov aksiom).

$$(\forall a, b \in G) a \succcurlyeq e \implies (\exists n \in \mathbb{N}) n * a \succcurlyeq b, \quad (3)$$

gdje je $n * g$ uzastopna konkatencija od a sa samim sobom n puta, a e jedinica algebarske operacije.

Ilustrirajmo arhimedov aksiom na primjeru sata-njihalice. e je prvi puni (jedinični) njihaj, a je gibanje njihala od početka mjerenja do pojave događaja A i odgovarajućeg kuta ϕ_A koje je 'dulje' ili 'jedanko dugo' kao i jedinični njihaj. $n * a$ je uzastopno konkatenciranje (n puta) gibanja a na svoju vlastitu kopiju. Aksiom zahtijeva da će gibanje $n * a$ nadrastiti gibanje b bez obzira koje gibanje b odabrali.

Mjerenje gibanja. Označimo s \mathcal{G} sva moguća gibanja njihala i uvedimo među njih relaciju uređaja \succcurlyeq (*nadgibanje*) i algebarsku operaciju \circ (*konkatencija*) na sljedeći način. Konkatencija bi se mogla opisati kao nastavljanje gibanja h na gibanje g , pišemo $g \circ h$, po pricipu kontinuiteta⁸. Dodatno, ovdje je moguća i translacija gibanja za puni njihaj e ili njegov višekratnik $n * e$, u čijoj je pozadini sloboda izbora početka mjerenja vremena.

Definicija 2.4. Za dva gibanja g i h s istim početkom, kažemo da je h *nadgibanje* od g , a g je *podgibanje* od h i pišemo $h \succcurlyeq g$, ako postoji gibanje g_+ tako da je $g \circ g_+ = h$.

Za gibanja g, h kažemo da su ekvivalentna ako je $h \succcurlyeq g$ i $g \succcurlyeq h$. Dodatno, ako su g, h podgibanja punog njihaja onda ih smatramo ekvivalentnima.

Ovaj drugi zahtjev je pitanje rezolucije mjerenja vremena koje želimo konstruirati do na jedan puni njihaj. Još jedan prirodan zahtjev na konkatenciju i relaciju je *monotonost*.

Aksiom 2.5 (Monotonost). Za svaki $a, b, c \in \mathcal{G}$

$$a \succcurlyeq b \iff (a \circ c) \succcurlyeq (b \circ c) \iff (c \circ a) \succcurlyeq (c \circ b), \quad (4)$$

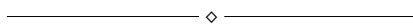
što izražava invarijantnost preferencije na translaciju.

Invarijantnost na translaciju omogućava da na gibanja gledamo kao na skup svih gibanja koja imaju zajednički početak i to u maksimalnom odklonu od položaja ravnoteže. Konkatencija tada postaje komunikativna, tj. $g \circ h = h \circ g$ i asocijativna, a postoji i neutralni element e , a to je konstantno gibanje.

Relacija preferencije postaje stroga jer ekvivalencija dva gibanja implicira njihovu jednakost. Nadalje, očito je $g \circ h \succcurlyeq g$ i $g \circ h \succcurlyeq h$ (*monotonost*).

Pitanje je sad može li se za tako definiranu konkatenciju \circ i relaciju \succcurlyeq koje zadovoljavaju zahtjeve (2), (3), (4) definirati pojam mjere tako da vrijedi (1) i (2).

Egzistenciju takve mjere osigurava Hölderov teorem za polugrupu koji je moguće naći u literaturi.



Funkciju V nazovimo *mjerom trajanja gibanja* i označimo ju nadalje s $t(g)$. Da li smo dobili vrijeme? Ne, nismo, bar ne još. Ono što imamo, je **mogućnost uspoređivanja dva događaja A i B na način da događaje 'sinkroniziramo' s gibanjem $g_{AB} \in \mathcal{G}$ i da mjerimo njegovo trajanje $t(g_{AB})$** . Broj

$$T(A, B) := t(g_{AB})$$

nazivamo *duljinom vremenskog intervala* između događaja A i događaja B . Sam proces sinkronizacije može biti rezultat subjektivne percepcije ili neke napredne tehnologije.

⁸Formalna definicija konkatencije zahtijeva dodatna pojašnjenja i pojma gibanja i pojma kontinuiteta koja je zbog jasnoće izlaganja najbolje zaobići.

Zaključak cijele rasprave je da, dokle god imamo arhimedovost, možemo mjeriti duljinu vremenskog intervala između dva događaja. U tom slučaju, duljina vremenskih intervala ne ovisi o geometrijskom prostoru u kojem je smješten promatrač i ne ovisi o metrici prostora ako sinkronizacija ne ovisi o toj metrici. Dobiveno vrijeme dozvoljava dvije modalne kategorije postojanja po Kantu: vremenski uređaj događaja (uzastopnost) i vremensku udaljenost među događajima (trajanje). Vrijeme kao sveukupnost postojanja svih pojava (simultanost) zahtijeva još i komunikaciju među promatračima.

Niti jedno od spomenutih gibanja (Zemlje oko Sunca, gibanje njihala, Zemlje oko svoje osi) ne zadovoljava *arhimedov aksiom*, što znači da mjerni instrument ima grešku koju treba naknadno izmjeriti.

2.2 Subjektivno vrijeme.

2.2.1 Vrijeme kao osobno iskustvo

Postoji velika razlika između vremena kako ga zamišljaju fizičari i vremena kako ga zamišljaju neuroznanstvenici. Za ove potonje prošlost je nakupina informacija koje mozak koristi u predviđanju budućnosti. Ovdje se pod budućnošću smatra mogući scenarij konstruiran na temelju podataka iz memorije generirane iskustvom. Pitanje je kako to mozak radi? Ne zna se.

Na predavanju će biti demonstriran ekspertni sustav za predviđanje bolesti baziran na *metodi potencijala* (MP) koja je kreirana od autora ovog teksta. MP uvažava međusobnu interakciju dijelova sustava što omogućava i uvažavanje sinergije (sinkroniciteta) među pojavama.

2.2.2 Konceptualizacija vremena

U našem tijelu postoji nekoliko generatora vremena od kojih su kucanje srca i disanje najočigledniji, ali ne postoji neki centralizirani sat koji bi otkucavao vrijeme. Pražnjenje i punjenje neurona nije ciklička pojava i neuron ne zna koliko puta se napunio i ispraznio u jednom danu. Rezultati nekih istraživanja ukazuju na neuronsku strukturu u području srca, ali nije jasno u kojem je ona odnosu s moždanom neuralnom mrežom. Neuroznanstvenik Dean Buonomo smatra da ljudski mozak nema neki kvantificirani vremenski interval koji omogućava 'ljepljenje' niza slika u nešto što bi doživljavali kao 'vrijeme koje teče'.

I ljudi i životinje posjeduju dnevni ritam koji omogućava preživljavanje, ali ljudi posjeduju sposobnost konceptualizacije vremena na način da su u stanju ne samo predvidjeti budući događaj⁹, već su u stanju kreirati budućnost i raditi mentalno putovanje u vremenu. Primjer iz svakodnevnog života je sadnja sjemena što ima za posljedicu da će hrana doći k nama, a ne da mi tražimo hranu.

Na nesvjesnoj razini mozak je u stanju lokalizirati izvor zuka jer razlikuje vrijeme dolaska od izvora do jednog i drugog uha, ali nije u stanju percipirati duljinu proteklog vremena. Ta duljina nije ni bitna jer je za preživljavanje dovoljna razlika koja je algoritamski manje zahtjevana za procesiranje. Takva sposobnost razlikovanja ipak sugerira da postoji nešto u samom mozgu što je sposobno procijeniti razliku u duljini ta dva vremenska intervala (op. autora).

Svjesno procesiranje i opažanje je zahtjevnije. Na primjer, svjesno procesiranje govora je takvo da to mozak radi u segmentima, a brzina obrade ovisi o smislenosti onoga što je izrečeno kasnije. Na primjer u rečenicama: "*Miš i tipkovnica su proizvodi nove generacije*" i "*Miš bježi pred mačkom*" obje sadrže riječ "miš", ali je njihovo vrijeme procesiranja različito i ovisi o dijelu rečenice koji je izrečen kasnije. Precepcija proteklog vremena ovisi i o tome koliko je razumljivo to što je rečeno ili prikazano. Na primjer, kad bi semafor umjesto crvenog svjetla imao ploču na kojoj zelenim slovima piše "**CRVENO**", procesiranje poruke bi bilo produženo ako ne i sasvim blokirano (Stroopov efekt).

Procesi u mozgu koji generiraju percepciju dijelova našeg tijela, posebno kod fizičke boli, čini se da su isti oni koji generiraju percepciju vremena, ali se ne zna kako to oni čine. Najnovija istraživanja samo pokazuju da je percepcija vremena usko povezana sa samosvjesnošću (Marc Wittmann).

⁹To može i mačka kad lovi miša jer je sposobna predvidjeti gdje će ga uloviti.

2.2.3 Zašto je vrijeme jednosmjerno?

U svim modelima fizikalne stvarnosti vrijeme može i rasti i padati. To znači da iz početnih vrijednosti parametara sustava možemo predvidjeti budućnost i jednako tako rekonstruirati prošlost. Ako top izbacuje kuglu u polju sile teže, a poznata je masa kugle i njena brzina, možemo predvidjeti mjesto gdje će kugla pasti. Isto tako, ako je kugla pala na neko mjesto i ako znademo njenu brzinu prilikom pada možemo rekonstruirati gdje je bio top. Mi ljudi doživljavamo vrijeme kao nešto što teče u jednom smjeru. Zašto je tome tako, postoje li fizikalni argumenti za takvo nešto ili je to stvar percepcije i osobnog iskustva?

Fizičari se slažu s činjenicom da *entropija*, što je neka vrsta mjere nereda fizikalnog sustava, raste i da je ona uzrok što razlikujemo prošlost od budućnosti. Što je ovdje nered i zašto bi on rastao? Pojam *entropija* dolazi iz termodinamike, konkretno kod modela idealnog plina, što je grubo govoreći nakupina molekula u nekoj posudi koje jure u svim smjerovima, međusobno se sudaraju i sudaraju se sa stijenkama posude.

Pogledajmo jednostavan misaoni eksperiment s kutijom u kojoj su crvene i plave kuglice (atomi) odijeljene, svaka na svojoj strani kutije. Takvu konfiguraciju zamišljamo kao strukturu reda. Ako ih pomiješamo povećali smo nered, a dodatno je pitanje kako taj nered možemo mjeriti. Mjera tog nereda je *entropija* i ona je porasla. Vaš prijatelj koji ne razlikuje boje u vašoj kutiji ne vidi razloga za povećanje entropije nakon miješanja. Pretpostavljamo da vaš prijatelj ima istančan vid i može razlikovati da su u kutiji manje i veće kuglice koje vi ne primijecujete. Za njega postoji red ako su manje kuglice na jednoj strani a veće na drugoj. Entropija je za njega posve drugačija priča.

Drugačije rečeno, red je način gledanja na stvari, a ne organizacija stvari po sebi. Boltzman je oštroumno to izrazio na način da je entropija način opisivanja stvari makroskopskim varijablama koji se gubi ako gledamo mikrosvijet. Makroskopski pogled na sustav je pojednostavljenje koje uvodimo jer nam se mikrosvijet čini previše kompliciran. Entropija je dakle vezana uz aproksimaciju kojom jednostavnije opisujemo sustav. Na neki način to je opis naše interakcije sa sustavom. Pojava entropije je posljedica našeg makroskopskog modela sustava.

Ako pravilo kaže da entropija raste s vremenom, zašto bi ona bila manja u prošlosti? Tko je taj koji je uredio sustav u prošlosti ili nam se sustav tako prikazao? Možda je korektnije pitanje zbog čega se nama čini da su stvari uređenije u prošlosti? Fizika tu staje bez objašnjenja i povećanje *entropije* ostavlja misterioznim.

Carlo Rivelli, fizičar koji razvija model kvantne gravitacije, pretpostavlja da je entropija u prošlosti mala jer smo mi ti koji uočavamo red u prošlosti jer želimo da tako bude. Ne tvrdi se da je cijeli svemir takav već samo onaj dio s kojim smo u interakciji.

2.2.4 Uloga memorije

Izvori poteškoća, što se percepcije vremena tiče, su u nerazumijevanju gdje i kako mozak procesira vrijeme. Ako živimo i doživljavamo trenutak, pitanje je odakle dolazi osjećaj protoka vremena?

Carlo Rivelli iznosi jednako smjelo hipotezu da je osjećaj protoka vremena posljedica načina na koji funkcionira naš mozak. Dean Buonomano (2017) u svojoj knjizi *Your Brain Is a Time Machine* tvrdi da je prošlost metafora za događaje spremljene u našoj memoriji. Ona je direktno vezana uz vrijeme, a informacije o iskustvu su korisne jedino zbog predviđanja što bi se moglo dogoditi. Memorija ne služi tome da se prisjećamo prošlosti. Evolucijska funkcija memorije je da dozvoli životinji predvidjeti što bi se moglo dogoditi, kad bi se to moglo dogoditi i da ponudi najbolji odgovor kad se to dogodi. Bez razumijevanja toga kako mozak prezentira i percipira vrijeme neće biti moguće razumjeti čovjekov um.

Percepcija proteklog vremena čini se da je povezano s količinom informacija u našoj radnoj memoriji koja opet ovisi o fokusiranosti naše pažnje. Ako mozak ima mnogo novih informacija za obraditi imamo osjećaj da vrijeme brže prolazi. Iz istog razloga percipiramo melodiju jer sadašnji ton mozak uspoređuje s onim zapisanim u memoriji i to daje iluziju protoka vremena (Sv. Augustin, 354-430).

Neurofiziolozi također tvrde da je percepcija vremena usko povezana s percepcijom prostora, ali ih je teško razlikovati¹⁰. Iz tog razloga odsustvo gibanja u meditaciji smiruje um i vrijeme nestaje.

¹⁰To je tvrdio i Poincaré krajem 19. st. On čak opisuje kako je iskustvo gibanja osnova za percepciju vremena. Iz tog razloga su dječje igre i trčanje neizostavne u razvoju sinapsi.

*Ne mogu odrediti je li ti momenti blaženstva
traju sekunde, sate ili mjeseca.*

Dostojevski (pismo Sofiji Kevalevskoy)

2.2.5 Vrijeme kao uzrok patnje.

Vežano uz vremensku iluziju su *prošlost, sadašnjost i budućnost*. Um generira vrijeme putem nade koju čine mogući scenariji. Podržavanje tih scenarija, njihovo vrednovanje i priželjkivanje vodi u očaj i beznadežnost jer se ne ostvaruju. Nije promašeno ako izjavimo da
nada vodi u beznadežnost.

Taj emocionalni konflikt i emocije kojima bojimo vrijeme vode u patnju. Patnja je okvir i oblik koji nas spašava od mogućeg gubitka razuma. Identifikacija s bilo čime što je prolazno (u memoriji), neminovno generira osjećaj gubitka i ponovnu patnju.

3 Broj

Broj ili znamenka? Jedan ili jedinica? Postoji li razlika? Jedinica (1) je simbol pridružen broju. Kojem broju? Broju "jedan". A što je "broj"?

3.1 Navya-Nyāya škola

Broj je neka vrsta 'kvalitete' pridružena skupnosti (gomili). Tako su zamišljali broj u Navya-Nyāya školi (Indija, 13. st.). Oni shvaćaju broj kao 'kvalitetu kompletiranja'. Opisat ćemo malo detaljnije tu ideju jer frapantno slični na današnje poimanje broja, ali se čini da je ostala nezamijećena sve do današnjih dana.

Promatrajmo sljedeći par rečenica:

Stol ima drvene noge.

Stol ima četiri noge.

Njihova sličnost sugerira da riječ 'četiri' opisuje neko svojstvo objekta, neku njegovu kvalitetu. Nyāya tvrdi (1) da je svojstvo 'drvenosti' prisutno u nogama stola prema principu nasljeđivanja i za svaku nogu možemo reći da je 'drvena'. Međutim, (2) reći da je svaka noga 'četiri-tasta' nema smisla jer kvaliteta 'četiri' nije prenosiva na dijelove objekta. To je kvaliteta pridružena skupnosti. Drugim riječima, svakom objektu koji posjeduje isto skupno svojstvo, na primjer konju, moguće je pridijeliti kvalitetu 'četiri'. U takvom razmišljanju intuitivno se nazire pojam bijekcije¹¹ iako nju (bijekciju) Nyāya ne spominje eksplicitno, već tvrdi da je 'četiri' relacija koja dovodi 'četiri-tost' u odnos s ukupnošću nogu i kao takva (relacija upotpunjenja) nije distributivna već kolektivna. Za takva kolektivna svojstva Nyāya uvodi i poseban termin; *vyāsajya-vṛtti-dharma* što doslovno znači "kvaliteta koja se združeno pojavljuje." Nyāya ide tako daleko da tvrdnju: "Stol ima četiri noge" smatra nekorektnom i da bi trebalo reći: "broj nogu od stola je četiri."

Ono što Navya-Nyāya školu čini tako naprednom filozofskom školom je i uvođenje restriktivnih uvjeta na 'univerzale'¹² u smislu da ne postoji *univerzal* koji sadrži sve univerzale kao svoje elemente.

3.2 Frege i prirodni brojevi

Frege¹³ (1903) u svojoj knjizi *Zasnivanje aritmetike*, kojeg mnogi smatraju začetnikom filozofije jezika i matematičke logike, ide korak dalje i tvrdi da su nositelji broja *pojmovi (koncepti, predodžbe)* a ne stvari, što

¹¹Bijekcija ili 1-1 korespondencija je jedna vrsta funkcije.

¹²Skup je primjer univerzala. Pojmovi kao drvenost (biti drven), crvenost (biti crven) također. Egzistencija univerzala je centralni problem suvremene metafizike.

¹³Njemački filozof, logičar i matematičar

omogućava da se pita za smisao jednakosti dva broja. On inzistira na razlici između *pojma* i *objekta*, a o značenju pojmova govori unutar konteksta rečenice.

Pitanja koja Frege postavlja su sljedeća:

1. Mogu li se 'brojevne formule', kao na primjer $1 + 3 = 4$, u kojima se pojavljuju konkretni brojevi dokazati¹⁴?
2. Jesu li zakoni aritmetike induktivne istine?
3. Jesu li zakoni aritmetike sintetički apriorni ili analitički?
4. Je li broj nešto subjektivno?
5. Je li broj skup?
6. Izražava li brojka "jedan" svojstvo predmeta?

Potreba za formalizacijom. Pojam "jedan" i "jedinica" zaokupljao je mnoge filozofe prije Fregea. Euklid u 7. knjizi *Elementa* koristi naziv *monad* (μονάδ) za predmete koje brojimo¹⁵. Euklid nije jedini koji broj shvaća kao:

$$n = 1 + 1 + 1 + \dots + 1,$$

a u raspravama u 19. st. znak '+' interpretira se kao 'i' čime se nudi interpretacija broja kao nakupina "jedinica". Oznaka '+' se često i krivo interpretira kao algebarska operacija, koja zapravo nije ni definirana, jer nije definiran niti pojam broja. Štoviše, oznaka '1' nosi i značenje broja i predmeta iz grupe istovrsnih predmeta, za koje nije jasno je li ih treba razlikovati ili ne. Ono što također zbunjuje u gornjem simboličkom zapisu je znak '=' jer nije jasno kako bismo ga trebali interpretirati. Drugim riječima, ako dopuštamo da broj nastaje spajanjem različitih predmeta, onda dobivamo gomilu u kojoj su predmeti s onim svojstvima po kojima se razlikuju, a to nije broj. Ako pak broj želimo stvoriti spajanjem jednakih predmeta onda se to neprestano spaja u jedno te nikada ne dolazimo do množine. Ako s 1 označimo svaki predmet koji treba brojati tada ono što je različito dobiva isti znak. Ako te 'jedinice' ipak razlikujemo i označavamo ih s $1+1'+1''$ tada one postaju neupotrebne za aritmetiku.

Svu polemiku o pojmu broja koju Frege vodi sa svojim suvremenikima i prethodnicima možemo svesti u nekoliko sljedećih rečenica:

- Broj nije apstrahiran od stvari, nije svojstvo stvari u onom smislu u kojem su to boja, težina ili čvrstoća (tj. broj nije kvaliteta, op. autora). Još ostaje pitanje u čemu se nešto iskazuje kada se navodi broj.
- Broj nije ništa fizikalno, ali ni išta subjektivno, nije nikakva predodžba.
- Izrazi "mnoštvo", "skup", "množnost" zbog svoje neodređenosti nisu prikladni da posluže za objašnjenje broja.
- U pogledu "jedan" i "jedinice" ostaje pitanje kako ograničiti proizvoljnost našeg shvaćanja za koje se čini da briše svaku razliku između jednog i drugog.
- Omeđenost, nepodijeljenost, nerazloživost nisu upotrebne obilježja onoga što izražavamo riječju "jedno".
- Ako stvari koje treba brojati nazovemo jedinicama, onda je bezuvjetna tvrdnja kako su jedinice jednake pogrešna. Da su u stanovitom pogledu jednake, to je doduše točno, ali bezvrijedno. Različitost stvari koje treba brojati je dapače nužna ako njihov broj treba biti veći od 1.

¹⁴Takve formule treba razlikovati od općih zakona među brojevima. Hobbes, Locke i Newton smatrali su ih nedokazivima i jasnima poput aksioma. Problem je u tome što ih ima beskonačno mnogo i to je navelo Kanta na tvrdnju o sintetičkoj naravi tih tvrdnji. Leibniz ih smatra dokazivim i dokazuje ih iz definicija tipa: $2 := 1+1$, $3 := 2+1$, $4 := 3+1$... ali griješi u dokazivanju jer zaboravlja na grupiranje, napr. u dokazu da je $2 + 2 = 4$.

¹⁵Euklid razlikuje dvije vrste 'broja'. Broj kao mnogostrukost objekata jedinica i 'neformalne' brojeve o kojima izriče tvrdnje. Formalne brojeve on interpretira kao nedjeljive segmente, a kad izriče tvrdnje o 'neformalnim' brojevima intuitivno o njima govori kao o formalnim.

3.2.1 Koncept. Put u apstraktno.

Put do brojeva vodi preko apstraktnih pojmova, *konceptata*. Frege uvodi pojam *koncept* za funkciju ili *nepotpuni izraz*, kako ga on još naziva, koja argumentu pridjeljuje jednu od vrijednosti iz skupa $\{T, F\}$ što su oznake za 'istinito' i 'neistinito'. Tako na primjer oznaka " $(\cdot) > 1$ " označava koncept "veći od 1" koji pridjeljuje svakom broju većem od 1 vrijednost 'istinito', a svakom drugom vrijednost 'neistinito'. Tako gledajući, rečenica: "Ivan je tužan" govori da objekt označen kao Ivan 'spada u domenu koncepta' " (\cdot) je tužan." Takav pristup nam omogućava odgovoriti na pitanja: "koliko ljudi u Splitu voli Split?" ili "koliko je ostalo neprodanih ulaznica (ovog trena) za premijeru 'Mletačkog trgovca' u HNK u Zagrebu?" U današnjem (suvremenom) predikatnom računu pojam *predikata* je fundamentalniji od pojma funkcije¹⁶, ali to nikako ne umanjuje Fregeov pristup.

Možda je najbolje da prepustimo Fregeu da kaže svoje:

Ako objektima pridjelimo epite "teško" ili "lako" onda je predmet koji nosi taj epitet neodređen jer "teško" ne ističe taj predmet ako ga prije toga ne označimo ili imenujemo. Isto je i s izjavom: "Svi kitovi su sisavci." Na prvi pogled se čini da se radi o životinjama, ali to nije istina jer "kitovost" nema određenje svo dok se ne ukaže na konkretnu¹⁷ životinju. "Kit" je neodređeni pojam koji ne imenuje nikakvo pojedino biće. Sabirajuća snaga koncepta daleko nadmašuje ujedinjujuću snagu apercepcije¹⁸.

Koncepti objedinjuju objekte u smislu da vrijednost koncepta na objektu poprima vrijednost istinitosti. Objedinjenim objektima na način kako to rade koncepti puno je lakše pridijeliti¹⁹ broj i u tome leži tajna primjenjivosti brojeva jer više objekata potpada pod isti koncept.

3.2.2 Broj kao mogućnost razlikovanja.

Sve gornje opaske o broju dovode do dva zaključka. (1) Brojeve treba moći razlikovati i (2) treba jasno definirati što znači jednakost brojeva.

U tom smislu povlačimo paralelu s pravcima u geometriji. Relacija paralelnosti među pravcima je relacija ekvivalencije i može se interpretirati kao jednakost. Tako dobivamo pojam *smjera* koji predstavlja klasu paralelnih pravaca. Time smo dobili novi koncept koji je pridružen pravcu i možemo govoriti o smjeru pravca. Ako gledamo pravac sam po sebi, onda je pojam smjera pravca mentalni konstrukt koji nije prisutan u našoj predodžbi pravca već se pojavljuje nakon što se uoči klasa paralelnih pravaca. Slično je i s pojmom broja ali složenije.

Za definiciju broja Fregeu je potreban pojam *proširenja*. Sve objekte iz domene nekog koncepta f kojima koncept pridružuje vrijednost T (istina) Frege naziva *proširenjem* od f ²⁰, u oznaci ϵ_f , a za same objekte kaže da *potpadaju pod koncept f* , odnosno da su elementi proširenja. Tako na primjer objekt 'konj' potpada pod koncept "sisavac(\cdot)". Na koncept f možemo gledati kao na pridjev koji opisuje objekte koji pod njega potpadaju.

Definicija broja. Frege sad definira *jednakobrojčanost* dva koncepta f i g , u oznaci $\#f = \#g$, ako postoji 1-1 korespondencija²¹ između njihovih proširenja, a sâm *broj* koji pripada konceptu f , u oznaci $\#f$, je proširenje

¹⁶Funkcija je specijalni slučaj dvomjesnog predikata (*relacije*) $R(\cdot)(\cdot)$ koji zadovoljava $(\forall x, y, z)Rx y = Rxz \rightarrow y = z$.

¹⁷U tom smislu je "kitovost" nepotpuni izraz je zahtijeva argument (op. autora)

¹⁸ad- + latinski *perceptio* — (razjašnjavanje, bistrenje, poimanje, shvaćanje), općenito, razjašnjavanje osjetilnih sadržaja, njihovo uzdizanje do veće jasnoće i razgovijetnosti u svijesti; konačna, jasna faza percepcije u kojoj postoji prepoznavanje, identifikacija i razumijevanje njezina sadržaja. (Hrvatska enciklopedija)

¹⁹Spinoza zastupa isto takvo mišljenje. Prema njemu se "stvar naziva jednom ili jedinstvenom samo u pogledu svoje egzistencije, ali ne i u pogledu svoje esencije; jer mi kao brojive zamišljamo stvari samo nakon što smo ih sveli na neku zajedničku mjeru... Štoviše i od obilježja se može doći do pojma, a tada je moguće da pada nj ne potpada niti jedna stvar. Kad toga ne bi bilo, egzistencija se ne bi nikada mogla zanijekati, a time bi i potvrđivanje egzistencije izgubilo svoj sadržaj."

²⁰U ovom trenutku nije razumljivo zašto se *proširenje* koncepta, jednog apstraktnog pojma, svodi natrag na objekte (koji potpadaju pod taj koncept). Tu je očito pomiješana terminologija svakodnevnog jezika s formalno logičkim izrazima. Frege je to uzeo kao zdravo za gotovo i to je, jedno od, nejasnoća u njegovom pristupu pojmu broja.

²¹Danas bismo rekli: "Ako postoji bijekcija." Zadržali smo izraz "1-1 korespondencija" jer ga je Frege koristio, a preuzeo ga je od Humea."

koncepta "jednako ϵ_f "²², odnosno proširenje koncepta koji je jednakobrojčan f .

Russellov paradoks. Russell je upozorio Fregea da tako definiran pojam proširenja vodi na paradoks jer su neka proširenja svoji vlastiti elementi pa jednakobrojčanost gubi smisao. Za koncept "sisavac(\cdot)" njegovo proširenje nije element samog sebe jer proširenje nije sisavac ali ako promatramo koncept $\Phi(\cdot)$ definiran kao

$$\Phi(x) =_{def} (x \text{ proširenje nekog koncepta} \ \& \ x \notin x),$$

onda, ako e potpada pod koncept E i $\Phi(e)$ istinito onda $e \notin e$, a to povlači $E(e)$ neistinito po definiciji elementa proširenja. Ovo posljednje je u suprotnosti s činjenicom $E(e)$ istinito. Dakle, $\Phi(e)$ neistinito što je u suprotnosti s pretpostavkom. Frege je nakon Russellovog komentara odustao od trećeg izdanja svoje knjige.

Naivna teorija skupova također boluje od Russellovog paradoksa ali je on onemogućen aksiomom separacije u Zermelo-Fraenkelovom aksiomatskom pristupu. Fregeov čisto logički pristup aritmetici je apstraktan i glavna njegova poteškoća je egzistencija objekata koji potpadaju pod neki koncept.

Frege i sâm uočava nedostatak svog pristupa jer njegova definicija broja ne omogućava da zaključimo kako Julije Cezar nije broj. To je posljedica definicije proširenja koncepta u kojoj ne postoji restrikcija na pojmove koji potpadaju pod koncept. Ako povlačimo paralelu između modernog pojma funkcije u matematici i Fregeovog koncepta onda je razlika u tome što uz pojam funkcije ulazi i njena domena kao restrikcija. Neposredno pred kraj svog života Frege upozorava na logičke nesavršenosti jezika i na poteškoće kojih matematičari, logičari i filozofi zbog toga moraju biti svjesni.

3.2.3 Prirodni brojevi

Bez obzira na Russellov paradoks Fregeova konstrukcija prirodnih brojeva je korektna uz jednu važnu opasku, a ta je da treba definirati bar jedan broj. Taj broj je "nula" (0). Skup svih prirodnih brojeva ima sljedeća svojstva:

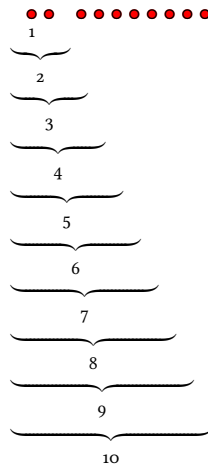
- (N1) 0 je prirodni broj.
- (N2) Svaki prirodni broj ima sljedbenika.
- (N3) 0 nije sljedbenik niti jednog prirodnog broja.
- (N4) Ako su sljedbenici dva broja jednaki onda su i brojevi jednaki.
- (N5) (Princip matematičke indukcije) Ako (a) 0 potpada pod koncept F (tj. element je ekstenzije ϵ_F) i (b) za svaka dva prirodna broja n, m takva da je m sljedbenik od n , činjenica da $n \in \epsilon_F$ ima za posledicu da $m \in \epsilon_F$, tada za svaki prirodni broj n slijedi $n \in \epsilon_F$.

Princip matematičke indukcije je procedura koja omogućava dokazivanje (univerzalnih) formula koje vrijede za sve prirodne brojeve. To je način zaključivanja s posebnog na opće, a takvo zaključivanje izvan brojnih struktura nema legitimnost kao što to ima matematička indukcija. To opravdava sumnju u valjanost znanstvene misli danas.

Hijerarhijska struktura prirodnih brojeva. Prirodni brojevi čine hijerarhijski uređenu strukturu nizova. Neposredno viši niz nastaje iz nižeg dodavanjem sljedbenika. U matematici se takvi skupovi nazivanju totalno uređeni skupovi. Možemo i dalje zamišljati prirodne brojeve kao nanizane kuglice, ali **broj (u smislu kardinaliteta) nije kuglica nego je reprezentiran mnoštvom kuglica koje prethode kuglici zajedno s tom kuglicom** (vidi sl. 5).

²²Govoreno današnjom terminologijom, broj je klasa ekvipotentnih konceptata.

Slika 5: Hijerarhija brojeva i nizova.



4 Svjesnost

Umjetnost stvara ljepotu, znanost otkriva objektivnu istinu, a svjesnost može otkriti subjektivnu realnost.

Osho Rajnes, mistik i filozof

Ova Oshova izjava čini mi se previše skromna. Danas ćete naići i na znanstvenike koji tvrde da svjesnost kreira vrijeme i prostor kako bi se manifestirala. To može biti znanstvena hipoteza, ali od nje nema ama baš nikakvog iskoraka. Osim toga, nije formulirana na način da bi bila opovrgljiva²³, a filozofija znanosti (po nekima) u takvim hipotezama ne vidi napredak. Jednako je neopovrgljiva i hipoteza: "Djetetu je potrebna ljubav u njegovom razvoju."

4.1 Poteškoće u znanstvenom pristupu svjesnosti

Čini se da su filozofi najviše, ako ne i jedini, uključeni u raspravu o 'svjesnosti'. Znanost (za sada) nema ni hipotezu ni eksperiment ni metodologiju. Jedna od glavnih prepreka u razvoju znanstvenog pristupa 'svjesnosti' je ta što znanstvena matica, a to je uglavnom standardna fizika, pati od mehanicističkog uzročnog mišljenja. Zaokupljena je pitanjem kako nešto materijalno (siva moždana tvar) može kreirati nešto ne-materijalno (svijest)? Ne pokazuje li tako formulirano pitanje nerazumijevanje pojma 'materije'? Ljudi su skloni 'ono što nema formu' nazivati energijom iako nitko ne zna što je to? S energijom možemo računati i predviđati, a zašto to ne bi mogli i sa svjesnošću? Potreban je matematički model.

Druga je prepreka što 'svjesnost' obuhvaća subjektivno područje dok znanost traži objektivnost. Gotovo je nemoguće izraziti neka duboko subjektivna (u prvom licu) iskustva u objektivnoj perspektivi trećeg lica. Stoga je nemoguće sačiniti eksperiment o svjesnom iskustvu. Za to je potrebno sakupiti podatke, što znači da ponašanje treba dovesti u vezu s iskustvom na neki način, bilo putem nekog sučelja ili strukturirane komunikacije (izjave). Jedini poznati eksperimenti, zapravo slučajevi, su kad izostane neko subjektivno iskustvo zbog oštećenja mozga.

²³Popper (1959) tvrdi da indukciji nema mjesta u znanosti, jer je znanost čisto deduktivni proces u kojem znanstvenici kreiraju hipoteze i teorije, a zatim ih testiraju i opovrgavaju ako se pokažu netočnima. Oštro se je suprostavio principu verifikacije jer je smatrao da niti jedna hipoteza ne može biti potpuno i dovoljno dobro potvrđena, jedino može biti opovrgnuta.

Sve što vidimo, dodirujemo i čujemo je proizvod našeg mozga unutar vidljivog oklopa. Čak i ako izvadimo tu sivu tvar i držimo ju u rukama to nije mozak, to je iskustvo mozga u nečijem drugom mozgu.

Mi imenujemo reprezentacije ili projekcije objekata u našem senzualnom doseg i to zovemo 'realnost'. Linije, boje i oznake koje upravo gledam i dodirujem nazivam tipkovnicom, a zapravo je to reprezentacija nečega u mojem vlastitiom iskustvu. Ako mi ne vjerujete, pogledajte ju ukrštenih očiju i vidjeti ćete dvije tipkovnice koje se djelomično preklapaju. Filozofi takav pogled na 'realnost' nazivaju indirektni realizam koji generira zbrku u redovima neuroznanstvenika, psihologa i fizičara. Indirektni realizam ne isključuje 'realnost' i sve dok nam on pruža pouzdanu sliku može nam poslužiti kao neki aspekt same 'realnosti'.

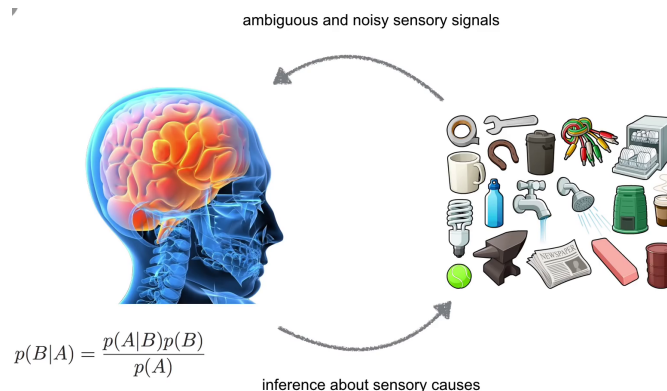
Pitanje je tko ili što određuje kvalitetu i pouzdanost te slike, tim više što je ona dio mog osobnog iskustva. Znanost za sada nema odgovora na to pitanje, a prvi korak u tom smjeru je razumijevanje procesa koji tu sliku generira. Ovdje ne mislim ne neurofiziologiju moždanih procesa i konstrukciju osjetilnih organa već na zakonitosti i pravila koja mozak poštuje u procesu stvaranja slike. Naš prvi aksiom u razvoju teorije svjesnosti je dakle:

Osobno iskustvo je različito od 'svijeta'.

4.2 Percepcija

Helmholz (19. st.) je tvrdio da mozak percipira okolinu na način da na temelju novih informacija unešenih putem senzornog aparata, revidira pohranjeno iskustvo i ponudi neku sliku koja se njemu čini prihvatljivom

Slika 6: Kako mozak percipira.



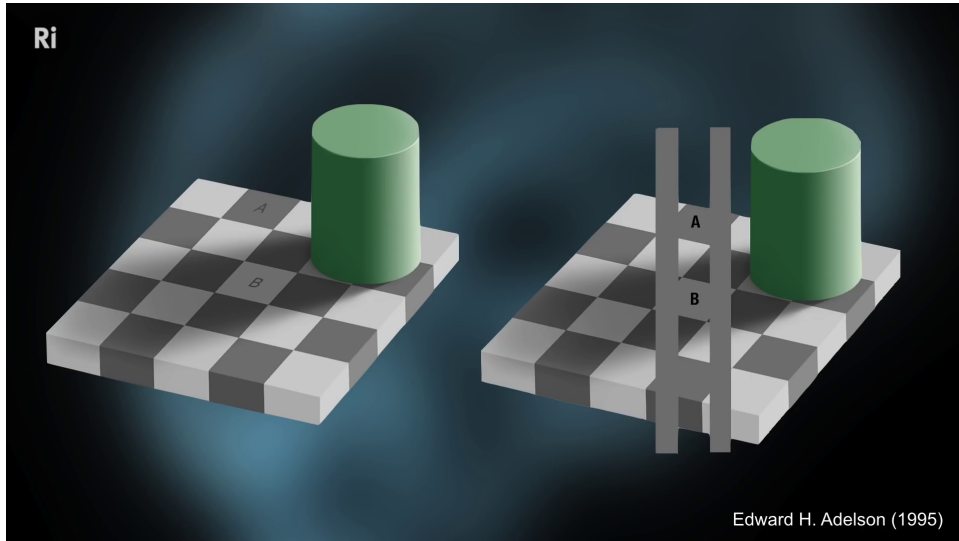
(v. sliku 6). Na nama je da interpretiramo to što je ponuđeno. U donjem dijelu slike stoji formula za uvjetnu vjerojatnost. Simbol B je oznaka za pohranjeno iskustvo, a A je oznaka za nove informacije; $P(B|A)$ je vjerojatnost revidiranog iskustva na temelju novih spoznaja. Tu reviziju mozak nam šalje kao povratnu informaciju. To je ono što vidimo.

4.2.1 Stvarnost je iluzija?

Na slici 7 (lijevo) prikazana je šahovska ploča sa cilindrom i izvorom svjetlosti u gornjem desnom kutu. Polje A čini nam se tamnije od polja B iako su jednako siva (#6c6c6c), što je uvjerljivo na desnoj strani iste slike. Ovaj eksperiment ne pokazuje da mi živimo u iluziji, ili u virtualnoj stvarnosti, kako je danas popularno govoriti. Pravi odgovor je da mi kreiramo iluziju. Tvrdnja da živimo u iluziji postavlja nas u ulogu promatrača, a ne aktivnog sudionika vlastitog života. Ja bih takvo gledanje nazvao 'new-ageovska-fora' koja nas zatupljuje generiranjem nepotrebnih iluzija.

Zašto nas mozak stavlja u iluziju? Kad percipiramo objekte onda uz njih većemo i neki smisao (razumijevanje) koje je asocijativne prirode. Na slici u kojoj bi polja A i B bila jednako siva treba sačuvati i podatak

Slika 7: Polja A i B su jednako siva?



u kojoj se vidi šahovska ploča što zahtijeva više procesiranja nego u ponuđenoj slici. Zadržavanje podatka da se radi o šahovskoj ploči čini se važnijim nego ponuditi sliku u kojoj su polja jednako siva, a asocijativna veza s idejom šahovske ploče je izgleda jača nego u slici gdje su polja jednako siva. Ovdje se radi o procesiranju konfliktnih sadržaja, a rezultat toga je neka optimalna sredina, gdje se pod optimalnošću misli na procesorske resurse našeg mozga koje treba aktivirati²⁴.

5 Mjerenje

5.1 Povijest mjerenja

Početak moderne teorije mjerenja zacrtao je Helmholtz krajem 19. st. Njega je zanimala formalna struktura mase i duljine u kojima je prepoznao matematičku strukturu pozitivnih realnih brojevi $(\mathbb{R}_+, +, \geq)$ s algebarskom operacijom zbrajanja $+$ i uređajem $x \geq y$. Prirodni uređaj među masama eksperimentalno se može utvrditi stavljanjem dvije mase na vagu i utvrđivanjem jesu li u ravnoteži ili nisu; u oznaci $x \geq y$. Ako je vaga u ravnoteži kažemo da su mase ekvivalentne, ako je u neravnoteži jedna je masa veća; u oznaci $x > y$. Prirodna operacija $x \circ y$ koja objedinjuje dvije mase u jednu je stavljanje te dvije mase na istu stranu vage. Generičko ime za takvo objedinjavanje masa je *konkatenacija*, a trojku (X, \geq, \circ) , gdje je X skup svih masa u razmatranju nazivamo *kvalitativnom strukturom*. Helmholtz je utvrdio da uz neke blage pretpostavke na konkatenaciju i uređaj \geq postoji *aditivna reprezentacija* $\phi : X \rightarrow \mathbb{R}_+$ takva da je

$$\phi(x \circ y) = \phi(x) + \phi(y) \quad (5)$$

$$x \geq y \iff \phi(x) \geq \phi(y) \quad (6)$$

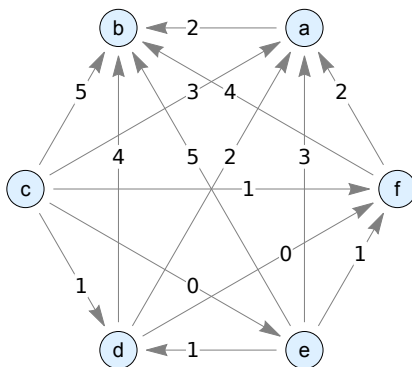
i da je relativno jedinstvena do na afinu transformaciju. Gornju reprezentaciju nazivamo *ekstenzivnom mjerom* i takva vrsta mjerenja je dominantna u fizici i tehnici. Takvo mjerenje prepoznat ćemo po tome što postoji mjerna jedinica; napr. $1m$ je jedinica za mjerenje duljine.

²⁴Pitanje je kako mozak sprema reprezentaciju boje i može li se iz tog (kodiranog) sadržaja zaključiti da su ta dva polja jednako siva. Takav instrument, koliko je autoru ovog teksta poznato, nije napravljen.

5.2 Subjektivno mjerenje

Zamislite sebe kako razmišljate o nekim svojim postupcima iz prošlosti i pokušavate ustanoviti stupanj

Slika 8: Šest opcija



vlastite slobode odabira (svjesnosti) u svakom od njih. U nekim situacijama bili ste 'primorani', a u nekim drugim situacijama ste mogli postupiti i drugačije, bilo vam je dano na 'volju'. Jedan od načina da to učinite je taj da sami odredite skalu od 0–10 (ili 0–100) i na toj skali poredate postupke (opcije) po vlastitom nahođenju. Kod takvog vrednovanja vi se oslanjate na svoj osjećaj, iskustvo, ... nazovite to kako želite, ali misaoni proces u pozadini takvog vrednovanja vam je nedostižan.

Druga mogućnost je da pokušate razmotriti dvije opcije i prednost date onoj u kojoj je bilo više slobode odabira. Ako možete tu prednost izraziti brojem još bolje. Učinite to za svake dvije opcije ili samo za one za koje ste sigurni u procjeni. Recimo da su vaše usporedbe u parovima kao na slici 8, gdje je strelica usmjerena prema opciji kojoj dajete prednost. Na toj slici postoji određena konzistentnost u procjenama jer za svake odabrane tri opcije, napr. $\{c, f, b\}$ suma brojeva duž zatvorenog puta $cfbc$ jednaka je $1 + 4 - 5 = 0$. Na tom putu ste dionicu bc prolazili u suprotnom smjeru od strelice i njen doprinos sumi iznosi -5 . Upravo zbog navedene konzistentnosti nije teško zaključiti da je jedno moguće vrednovanje tih opcija

a	b	c	d	e	f
4	6	1	2	1	2

Za dokaz gornje tvrdnje povucimo paralelu prikazanog grafa s električnom mrežom u kojoj je razlika potencijala između dva čvora dana brojem uz odgovarajuću žicu (strelicu). Dovoljno je primijetiti da možemo fiksirati vrijednost potencijala V jednog čvora, napr. $V(c) = 1$, a potencijale ostalih čvorova odredimo uvažavajući danu razliku potencijala.

Što ako konzistentnost koju smo opisali ne stoji? Tada se stvari kompliciraju (v. odjeljak 5.2.3).

5.2.1 Graf preferencije.

Sliku koje ste dobili, u literaturi nazivamo *usmjerenim grafom s težinama*. Taj graf može poslužiti za daljnju analizu vaših podataka. Jedna od njih je *metoda potencijala*, autorova zamisao, o kojoj će kasnije biti riječi.

U drugim konkretnim situacijama umjesto 'osjećaja' prepoznajemo kvalitete: duljinu, poželjnost, riskantnost, vrijednost, a entiteti koje uspoređujemo su fizički objekti ili misaoni konstrukti kao što su: akcije, scenariji, opcije...

U osnovi mjerenja stoji uspoređivanje objekata u parovima, što znači da za svaka dva entiteta ili opcije, mjerni instrument ili čovjek donositelj odluke treba biti u stanju reći koji je objekt dulji, poželjniji,

riskantniji, kvalitetniji, vrijedniji. Rezultate takvih usporedbi nazivamo, u najapstraktnom smislu, *relacijom* na skupu entiteta; mi ćemo iz razloga konzistentnosti s literaturom tu relaciju nazivati *preferencijom*.

Dakle, *preferencija* je binarna relacija na skupu opcija, a *funkcija vrijednosti* je njena numerička reprezentacija. Preciznije, ako $s \succcurlyeq b$ bilježimo činjenicu da je opcija a preferirana u odnosu na opciju b , onda je V funkcija vrijednosti na skupu opcija ako

$$a \succcurlyeq b \iff V(a) \geq V(b) \quad (7)$$

za svake dvije opcije a, b iz skupa svih opcija. Dodatno, pojam *izmjerivost skale* preferencije odnosi se na smislenost razlike $V(a) - V(b)$. U nekim situacijama ta razlika ima supstancijalni smisao, a u nekima ne.

Kao primjer preferencije i njene numeričke reprezentacije možemo spomenuti izglednost događaja na nekoj algebri podskupova (događaja) i njihovu vjerojatnost.

5.2.2 Mjerenje razlike preferencije

Pretpostavimo da je (S, \succcurlyeq) relacija slabe preferencije. Na prvi pogled izgleda razumno reći da donositelj odluke preferira a u odnosu na b više nego što preferira c u odnosu na d ako i samo ako je spremniji odustati od b u zamjenu za a nego odustati od d u zamjenu za c .

Označimo s $(a \leftarrow b)$ prihvaćanje a u zamjenu za b ili kraće *zamjena*. Donositelj odluke sada ima dvije relacije slabe preferencije s kojima se mora suočiti, jedna je relacija \succcurlyeq na objektima iz S , a druga je relacija \succcurlyeq_e na skupu zamjena $(S \leftarrow S)$ koji je zapravo kartezijev produkt $(S \times S)$. Svaka relacija za sebe generira funkciju vrijednosti (uz određene uvjete), s napomenom da je prva definirana na skupu objekata, a druga na skupu zamjena. Nas zanima njihova usklađenost, odnosno odgovor na pitanje je li moguće naći takvu funkciju vrijednosti v na skupu objekata S koja zadovoljava:

$$a \succcurlyeq b \iff v(a) \geq v(b) \quad (8)$$

$$(a \leftarrow b) \succcurlyeq_e (c \leftarrow d) \iff v(a) - v(b) \geq v(c) - v(d). \quad (9)$$

Takvu funkciju, ako postoji, nazvat ćemo *izmjerivom funkcijom vrijednosti*. Očito je v ordinalna funkcija vrijednosti, dok (9) zahtijeva da je razlika $v(a) - v(b)$ ordinalna funkcija vrijednosti na skupu zamjena usklađena s relacijom \succcurlyeq_e na zamjenama.

Mnogi teoretičari smatraju da ne treba donositelje odluke prisiljavati na zamišljanje zamjena jer da oni imaju urođeni osjećaj za intenzitet preferencije. Zamišljamo li relaciju preferencije kao usmjeren graf, onda je intenzitet preferencije broj koji je pridružen svakom luku u grafu kao što je to prikazano na slici 8. Intenzitet tako postaje funkcija na skupu zamjena koja može i ne mora biti funkcija vrijednosti na skupu zamjena usklađena s \succcurlyeq_e . Takva prezentacija slabe preferencije umnogome olakšava donositelju odluke da se koncentrira na parove i svakom paru (a, b) pridruži intenzitet preferencije²⁵. Na kraju krajeva nije bitno kako ljudi zamišljaju zamjene, bitno je da to rade na konzistentan način.

5.2.3 Metoda potencijala

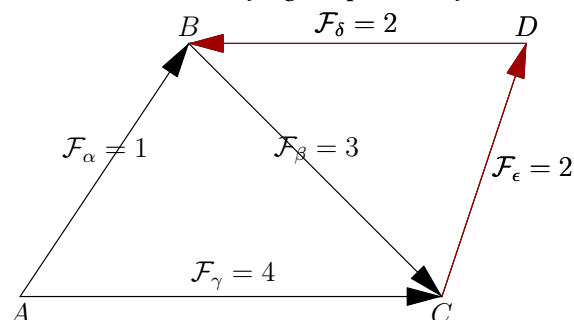
Metoda potencijala sjedinjuje fleksibilnost uspoređivanja u parovima i konstrukciju izmjerive funkcije vrijednosti. Umjesto da izgrađuje preferencije na zamjenama, donositelju odluke nudi se mogućnost iskazati to isticanjem *intenziteta preferencije* za zadani par alternativa kao što je to prikazano na slici 9. Slika pokazuje *graf preferencije* koji nije potpun jer alternative A i D nisu uspoređene. Umjesto da govorimo o paru alternativa (B, A) mi ćemo govoriti o strelici (luku) koja izlazi iz A i ulazi u B . Odgovarajući intenzitet preferencije izražavamo brojem F_α koji na slici iznosi 1. Vrijednost $\mathcal{F}_\alpha = 0$ izražavala bi činjenicu da donositelj odluke jednako preferira te dvije opcije.

Intenzitet preferencije je nenegativan²⁶ broj kojeg donositelj odluke pridjeljuje preferenciji na nekoj skali u njegovoj mentalnoj slici. Za subjektivne preferencije uvriježeno je davati intenzitet u skupu $\{0, 1, 2, 3, 4\}$,

²⁵Bilo po svom nahodanju, prihvaćanjem nekih egzaktno izmjerenih vrijednosti ili njihovom revizijom.

²⁶Broj koji nije negativan. Može biti jednak 0 ili pozitivan.

Slika 9: Primjer grafa preferencije



što odgovara verbalnom intenzitetu: *jednaka, slaba, jaka, izrazita i apsolutna* preferencija, ali nisu isključeni niti drugačiji rasponi vrijednosti. Iskustvo pokazuje da je korisno povećati raspon skale intenziteta ako je broj alternativa veći.

Dakle, svakom luku $\alpha \in \mathcal{A}$ iz skupa lukova \mathcal{A} donositelj odluke pridjeljuje nenegativan broj $\mathcal{F}_\alpha \geq 0$. Funkciju \mathcal{F} definiranu na skupu lukova nazivamo *tokom preferencije* ili kraće *tokom*.

Konzistentnost toka. Za razliku od preciznosti, koja je smisljena kod mjerenja s mjernom jedinicom, ovdje ima smisla *konzistentnost* ulaznih podataka. Podgraf (na slici 9) određen lukovima α, β, γ je konzistentan jer je $\mathcal{F}_\alpha + \mathcal{F}_\beta = \mathcal{F}_\gamma$, dok podgraf određen lukovima β, ϵ, δ nije konzistentan jer je $\mathcal{F}_\epsilon + \mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_\gamma = 7 \neq 0$. Tok je konzistentan ako je za svaki ciklus (zatvoren put) suma intenziteta preferencije duž lukova tog ciklusa jednaka nuli.

Algebarski se to može izraziti i postojanjem funkcije $X : V \rightarrow \mathbb{R}$ takve da je za svaki luk $\alpha = (B, A)$

$$X(B) - X(A) = \mathcal{F}_\alpha. \quad (10)$$

U sustavu jednažbi (10) imamo toliko jednažbi koliko ima lukova u grafu. Donositelj odluke ne mora nužno dati konzistentan graf. Matematika kaže da bez obzira na konzistentnost toka, sljedeća jednažba

$$A^T A \mathcal{F} = A^T \mathcal{F} \quad (11)$$

uvijek ima rješenje X i to rješenje predstavlja skalu s vrijednostima X_A, X_B, X_C, X_D na koju su smješteni objekti. Funkciju X nazivamo *potencijalom*, a metodu koja konstruira tu skalu nazivamo *metodom potencijala* (L. Čaklović, A. S. Kurdija (2017) *A universal voting system based on the Potential Method*).

Metoda potencijala omogućava mjerenje bilo kakvih objekata čija je međusobna 'udaljenost' izražena putem grafa preferencije.

5.2.4 Neke primjene metode potencijala

Spomenuo bih neke primjene metode potencijala u kojima dolazi do izražaja njena fleksibilnost. Neke od njih su u fazi testiranja i nisu objavljene, posebno one u kontekstu strojnog učenja i umjetne inteligencije. U samoj jezgri tih problema nalazi se algoritam koji detaljizira Helmholtzovu ideju da je mozak stroj za predviđanje (v. sliku 6).

Metoda potencijala ima dvije novine koje joj omogućavaju tu fleksibilnost. To su: (1) *operator adaptacije* i (2) mogućnost uvažavanja *sinergije* bez eksplicitne definicije što bi sinergija trebala biti. Sinergija i adaptacija ne idu jedno bez drugog i teško ih je separirati jednako kao što je teško separirati prostor i vrijeme.

Sinergija. Jedan od aspekata sinergije je i sinkronicitet (koherentnost) kako je to nazvao Jung. To je lijepa zamisao ali je s algoritamskog gledišta neupotrebljiva. Mi u svakodnevnom životu konstatiramo sinkronicitet ali na to gledamo kao na slučajnost ili na čudo.

U gotovo svim današnjim modelima učenja koristi se statistika i vjerojatnostni modeli koji stoje u njenoj pozadini. Vjerojatnost je također jedna funkcija vrijednosti (v. formulu (7)) u koju je ugrađeno svojstvo, u literaturi poznato kao *nezavisnost o irelevantnoj alternativni*. U najkraćim crtama, to karakterizira procese u kojima dodavanje nove opcije u račun ne mijenja poredak starih opcija. Takvim procedurama je u samom startu otežana mogućnost da modeliraju i objasne one pojave u kojima se pojavljuje sinergija. Sinergija je pojava (konstelacija) koja drastično mijenja stanje svijeta ako je prisutna i teško ju je definirati u operativnom smislu.

Jednostavan primjer sinergije je detekcija bolesti pomoću simptoma. Za neke bolesti, ako se simptomi pojave zajedno, iskusan liječnik će bez ikakvih laboratorijskih nalaza odrediti o kojoj se bolesti radi na temelju vlastitog iskustva.

Metoda potencijala omogućava uvažavanje sinergije ili na način da ju procjenjuju ljudi ili na način da proizlazi iz samih podataka. To je omogućeno operatorom samoprocjene (adaptacije) o kojem će sada biti rečeno nekoliko riječi.

Samoprocjena. Adaptacija. Adaptacija je sposobnost sustava da procijeni stanje vlastitih parametara na temelju promijenjene okoline i svog vlastitog ustrojstva.

Svaki sustav (čovjek) ragira na okolinu koja mu nudi vrijednosti polaznih parametara ili mu određuje dinamiku promjene tih parametara. Operator adaptacije revidira, uvažavajući strukturu sustava, vrijednosti polaznih parametara i izračunava nove vrijednosti koje sustav koristi u procjeni vlastitog stanja i omogućava mu reakciju na promijenjeno stanje okoline.

Adaptacija nosi u sebi dualitet u odnosu između polaznih parametara i mogućih reakcija, odgovora sustava na promjenu parametara. Tehnički termin za polazne parametre je *atributi*, a za moguće odgovore *alternative*. Evo konkretnog primjera.

Primjer 1. Ocjenjivanje učenika. U tablici 1 dane su ocjene učenika na ispitu iz Fizike, Tjelesnog i Muzičkog, a znak "*" znači da učenik nije ocijenjen iz odgovarajućeg predmeta. Predmeti učenja su *atributi*,

Tablica 1: Ocjene učenika na završnom ispitu.

	Fizika	Tjelesni	Muzički
Ivica	3	5	4
Marica	*	1	3
Trsek	2	*	2
Grozdek	4	3	*

a učenici su *alternative*.

Pitanje koje se postavlja je možemo li na temelju tih podataka rangirati učenike po uspješnosti? Takvo pitanje je nametnuto civilizacijskim dostignućem ili, da budem sarkastičan, nametnutim stavom koje nam nudi naš obrazovni sustav.

Za sada nije preciziran nikakav odnos između atributa i alternativa, ali ako odlučimo rangirati učenike po uspješnosti tada treba precizirati važnost atributa. U ovom slučaju pretpostavljamo da predmeti podučavanja imaju podjednaku važnost jer bi se u suprotnom neki profesori mogli uvrijediti.

A što ako odlučimo rangirati predmete na temelju ocjena (mjerjenja) konkretnih učenika? To je jednako moguće, ali koji je smisao toga? Takav postupak bi se mogao interpretirati kao rangiranje *atributa* (predmeta) po stupnju ovladavanja gradivom. Što veća vrijednost na rang listi to je gradivo bolje savladano.

Ako *attribute* shvatimo kao primarne onda smo u stanju 'mjeriti' alternative, a atribut ovdje ima ulogu metra kojim mjerimo učenika. Ako *alternative* shvatimo kao primarne onda baždaramo metre (*attribute*) na konkretnim objektima mjerjenja. U svakom od spomenutih postupaka (mjerjenje i baždarenje) potrebno je

unaprijed zadati važnost (težinu) *atributa* odnosno *alternativa*. Mjerenje ćemo nazvati *primarnim*, a baždanje *dualnim* postupkom.

Postoji i treća mogućnost kako iskoristiti podatke u tablici, a ta je da provedemo primarni postupak, za neke početne vrijednosti težina atributa, izračunamo težine alternativa i provedemo dualni postupak. Zatim ponovimo primarni postupak s promijenjenim težinama, ponovimo dualni postupak i tako dalje. Osnovni korak u toj proceduri, a to je jedan primarni i jedan dualni postupak, nazivamo *operatorom samoprocjene*. To je adaptacija o kojoj smo govorili u početku.

Može se dokazati da operator samoprocjene ima fiksnu točku, to su vrijednosti težina atributa, koje ostaju nepromijenjene prilikom samoprocjene. Te parametre interpretiramo kao važnost *atributa* i *alternativa* koje tablica nosi u sebi. Za podatke iz tablice 1 fiksna točka operatora samoprocjene je:

Muzički	Tjelesni	Fizika	Ivica	Grozdek	Marica	Trsek
0.339528	0.330731	0.32974	0.264151	0.261712	0.240225	0.233911

Prema rezultatu samoprocjene ispada da je Muzički, posmatrajući s gledišta ove grupe učenika, bolje ovladan od drugih predmeta. Velika razlika u težinama nastavnih predmeta ukazivala bi na problem čije uzroke treba tražiti van ove tablice.

Primjer 2. Roboti u uskom koridoru. U ovom primjeru dva inteligentna robota prilaze jedan drugome u uskom koridoru i trebaju se mimoći kako bi nastavili put. Današnja tehnologija omogućava senzoriku koja ispituje kretanje (drugog) robota nakon čega se oni 'dogovore' kako će organizirati mimoilaženje.

Pristup koji nudi metoda potencijala je drugačiji utoliko što pretpostavlja da roboti posjeduju 'logiku' ponašanja u uskom koridoru koja je implementirana u njihov 'mozak'. Takva 'logika' je zapravo hijerarhija preferencija robota u ovisnosti o koracima drugog robota. Moguće akcije drugog robota su: desno (R), lijevo (L), čekaj (W) i to bez obzira što radi drugi robot. Prilikom susreta roboti jedan drugome javljaju svoju 'logiku' putem šifrirane poruke.

Pretpostavimo da prvi robot najavljuje skretanje ulijevo (L). Odgovor drugog robota je strukturiran tokom preferencija \mathcal{F}^L :

$$\mathcal{F}_{(L,W)}^L = 1, \mathcal{F}_{(W,R)}^L = 1, \mathcal{F}_{(L,R)}^L = 2. \quad (\text{L-flow})$$

Ako prvi robot pokazuje namjeru skretanja udesno (R), tada je odgovor drugog robota strukturiran tokom preferencija \mathcal{F}^R :

$$\mathcal{F}_{(W,L)}^R = 4, \mathcal{F}_{(R,W)}^R = 2, \mathcal{F}_{(R,L)}^R = 4. \quad (\text{R-flow})$$

Ako prvi robot najavljuje namjeru čekanja (W), onda je odgovor drugog robota strukturiran tokom preferencija \mathcal{F}^W :

$$\mathcal{F}_{(W,L)}^W = 0, \mathcal{F}_{(R,W)}^W = 2, \mathcal{F}_{(R,L)}^W = 3. \quad (\text{W-flow})$$

Zapis $\mathcal{F}_{(R,W)}^W = 2$ znači da je opcija R preferirana u odnosu na opciju W i intenzitet te preferencije iznosi 2. Ti tokovi preferencija su zapisani u memoriju svakog robota i oni pri susretu jedan drugome signaliziraju te preferencije.²⁷

Organizacija tih podataka za primjenu metode potencijala je nešto kompliciranija nego u primjeru s ocjenjivanjem studenata. Dati ćemo samo krajnji rezultat, tj. fiksnu točku operatora samoprocjene za odluku prvog robota (v. tablicu 2). To znači da će prvi robot skrenuti desno jer je vrijednost 0.699 opcije R1R najveća.

Tablica 2: Fiksna točka za potez robota R1. Akcija udesno (R) ima najveći rang.

R1W	R1R	R1L
0.252	0.699	0.049

Drugi robot rješava problem rangiranja definiran tokom (R-flow), što daje rezultat kao u tablici 3. Drugim riječima i drugi robot skreće desno i oni se mimoilaze.

²⁷Ne bismo ulazili u tehničke specifikacije te komunikacije. Možemo zamisliti da su te preferencije tipizirane i da robot signalizira drugom robotu koji tip preferencija je u njega ugrađen.

Tablica 3: Odgovor drugog robota R₂ na potez R₁R (prvi robot desno).

1. robot	R		
rang	0.027	0.276	0.696

Primjer 3. Predikcija bolesti. Ovdje se radi o predikciji bolesti, konkretno, radi se o upali bubrega, a podaci za račun su strukturirani u tablici gdje su a₂–a₆ određeni simptomi (DA, NE), T–temperatura (L, H), a dijagnoza

pacijent	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	T	dijagnoza
p1	0	1	0	0	0	L	NE
...
p130	1	1	0	1	0	H	DA

ima vrijednosti (DA, NE)²⁸.

Procedura strojnog učenja je takva da se obično jedan dio podataka iskoristi za određivanje parametara modela (učenje), a drugi dio se iskoristi za predviđanje i predviđeni rezultati se usporede s poznatima u stupcu *dijagnoza*.

Model odluke je organizirana kao hijerarhija s razinama: *simptomi, bolesti* u kojoj se simptomi {a₂ – a₆} nalaze na vrhu hijerarhije, zatim dolaze dijagnoze {*textscda, ne*}. Za svaki simptom obje dijagnoze nisu jednako zastupljene u podacima; među njima postoji određen odnos. Isto tako, za svaku dijagnozu, simptomi također nisu jednako važni i među njima postoji neki omjer koji se izražava kao tok preferencije. Drugim riječima postoji dualan odnos između simptoma i dijagnoza iz kojeg se uz pomoć operatora samoprocjene izračuna fiksna točka. To su parametri modela koji se uvažavaju u predikciji.

Predikcija se vrši na preostalim podacima koji nisu korišteni u fazi učenja. Ovo je nešto pojednostavljeni model, ali dovoljan za razumijevanje procedure. Rezultat predviđanja (izvještaj) se obično daje u formi tablice

		predikcija	
		DA	NE
stvarno	DA	<i>a</i>	<i>b</i>
	NE	<i>c</i>	<i>d</i>

gdje su *a, b, c, d* brojevi koji pokazuju: *a*–broj stvarnih DA koji su prepoznati kao takvi, *b*–broj stvarnih DA koji nisu prepoznati kao takvi, *c*–broj stvarnih NE koji su prepoznati kao takvi, *d*–broj stvarnih NE koji nisu prepoznati kao takvi. Predviđanje je dobro ako je gornja matrica dijagonalna, tj. ako su brojevi *b, c* jednaki 0.

Metoda potencijala, u ovom primjeru, s 10% podataka odabranih za učenje ima 100%-tni uspjeh u predviđanju. Prednost metode potencijala pred drugim metodama je ta što učenje provodi na malom broju podataka, a osim rang liste mogućih bolesti za zadanog pacijenta daje i izračun važnosti svakog simptoma. Takvi podaci su čitljiviji i time se olakšava interpretacija rezultata. Nedostatak metode je što je spora u situacijama kad ima jako puno simptoma (~50).

Isti algoritam može se iskoristiti za individualnu predikciju terapije uz uvažavanje kontraindiciranih pojava. Za testiranje takvog modela potrebni su ekspertni podaci, što nije dostupno čak ni akademskoj zajednici.

Još neki primjeri. Metoda potencijala pokazuje dobre rezultate i u rekonstrukciji nepostojećih podataka na temelju proxy-podataka, u ručunanju efikasnosti tretmana (terapije), posebno u situacijama kad kontrolnu grupu nije moguće pronaći, a to je slučaj kod promatranja ili u socijalnim interakcijama.

²⁸Podaci su objavljeni u članku; J.Czerniak, H.Zarzycki, *Application of rough sets in the presumptive diagnosis of urinary system diseases*, Artificial Intelligence and Security in Computing Systems, ACS'2002 9th International Conference Proceedings, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 41-51.

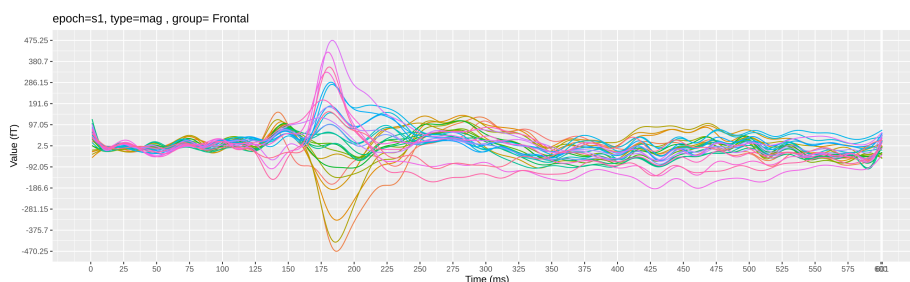
Trenutno eksperimentiram s analizom anketa, posebno kod razvijanja novih proizvoda s poznatim atributima koje kupci uvažavaju kod kupnje.

5.3 Analiza moždane aktivnosti

Normalna moždana aktivnost proizvodi slaba elektromagnetska polja koja se mogu mjeriti izvan glave. Jedan od načina snimanja takvog polja moguć je pomoću magnetoencefalografa (MEG), uređaja koji se sastoji od određenog broja MEG senzora povezanih s centralnom jedinicom koja bilježi promjene u polju.

Na slici 10 prikazana je moždana aktivnost u periodu od 600 milisekundi i predstavlja odgovor mozga na jednostavan ton od 1000 Hz. Svaka linija na grafu predstavlja amplitudu magnetskog polja na pojedinom

Slika 10: Zapis moždane reakcije na kratki ton (Frontalni senzori).



senzoru u periodu od 600 ms. Prvih 100 ms je nepobudena moždana aktivnost, zatim je generiran ton. Prva reakcija na ton primjetna je nakon 50 ms, a zapis nakon 150 ms predstavlja aktivnost centara koji nisu direktno pobuđeni signalom i posljedica je pozadinske moždane aktivnosti, disanja, rada srca ili nekih kognitivnih aktivnosti. Slika je superpozicija puno aktualnih izvora u tom periodu.

Eksperiment je zamišljen i proveden s ciljem detektiranja ranih neuralnih odgovora na slušne podražaje koji se ponavljaju. Iz izmjerenih moždanih aktivnosti nastoji se lokalizirati položaj izvora EM signala i njihova individualna kortikalna dinamika. Slični eksperimenti, provedeni su s ciljem ranog otkrivanja markera za Alzheimerovu bolest (S. J. Golubić i dr., *MEG biomarker of Alzheimer's disease: Absence of a prefrontal generator during auditory sensory gating (2014)*).

Iz snimljene aktivnosti moguće je izvući mnogo korisnih zaključaka. Jedan od njih se odnosi na povezanost aktiviranih senzora, a ta povezanost odražava povezanost obrade senzornih informacija od strane izvora. Svi izvori zajedno čine funkcionalnu kortikalnu mrežu i zajednički generiraju doživljaj kao posljedicu slušnog zapisa.

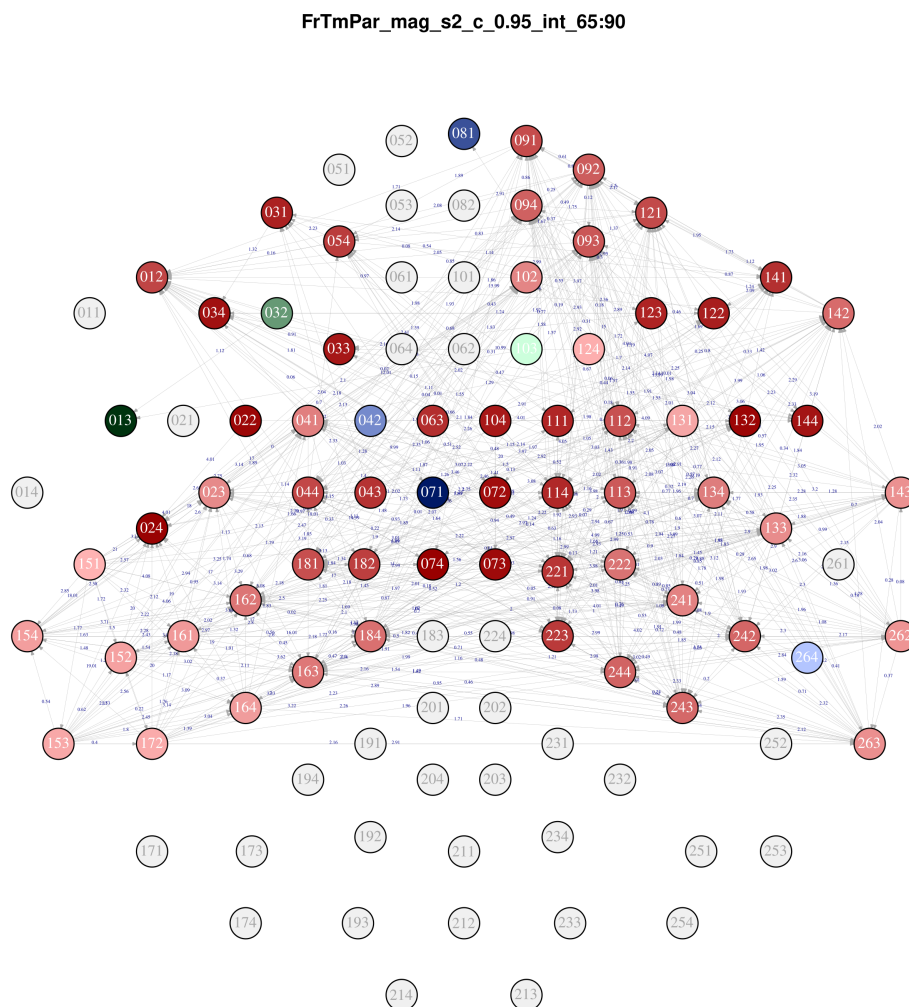
Na slici 11 dan je graf preferencije vremensko-amplitudne aktivacije MEG senzora. Smatramo da su signali, kao vrhovi u grafu, susjedni ako je korelacija signala veća od 0.95. Intenzitet preferencije dan je formulom

$$\mathcal{F}_{A \leftarrow B} = t_B - t_A + \frac{\log(\text{abs}(w_A)/\text{abs}(w_B))}{\gamma(t_B - t_A)^2}$$

gdje je $\gamma > 0$ neka odabrana konstanta, w_A valna funkcija senzora A , a t_A je prvi lokalni maksimum apsolutne vrijednosti $\text{abs}(w_A)$.

Taj graf je polazište daljnje analize. Sivo obojeni senzori u donjem dijelu slike nisu uvaženi u analizi, dok su sivi senzori u gornjem dijelu slike nepovezani u grafu zbog male korelacije među signalima. Uz svaku strelicu grafa stoji njoj pridružen intenzitet preferencije. Vremenski interval na kojem je računata korelacija među signalima je 100 – 160 ms (rana aktivnost).

Slika 11: Mreža aktivnosti MEG senzora generirana metodom potencijala. Može li se locirati kontrolni centar? (Otvoreno pitanje.)



Nakon što je izračunat potencijal određene su boje čvorova grafa. Na grafu su tri grupe senzora: crveni, plavi i zeleni koji su povezani unutar svoje grupe. Grupe međusobno ne komuniciraju, a tamnija boja signalizira da taj sensor ima veći vremensko-amplitudni prioritet.

Intuicija sugerira da su izvori moždanih signala koji reagiraju na ton u blizini tamnijih senzora. Računanje njihovog preciznijeg položaja zahtijeva neki matematički model širenja EM što nije predmet ove rasprave.

Što nudi ovakva analiza? Kao prvo, MEG senzori mjere reakciju pojedinih centara mozga kojih subjekt nije svjestan i stoga nudi informaciju, o (pred)subjektivnom doživljaju, koja je pisana u trećem licu. Neki ljudi imaju hendikep jer nisu u stanju čuti pojedine tonove ili njihove kombinacije, a to može biti naznaka ili indikator za bolest. U tom smjeru bi bilo dobro nastaviti istraživanja tog tipa.

Itaka

Kad krećeš za Itaku,
nadaj se dugom putovanju,
pustolovnom i punom iskušenja.

.

Gradove egipćanske upoznaj mnoge
i njihove mudrace.

Al' imaj Itaku na umu,
predodređen si da stigneš tamo.

Ne žuri, nek traje putovanje,
a kao starac kad stupiš na otok taj,
pun iskustava stečenih na putu,
ne očekuj od Itake bogatstva još.

Pružila ti je čudesno putovanje.

I bez nje put zaputio ne bi.

Više od tog ne može ti dati.

.

(Konstantin Kavafis)
(Slobodan prijevod autora)