

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

prvi kolokvij - 26. travnja 2021.

1. Dane su duljine a i b . Konstruirajte kut α tako da vrijedi

$$\sin \alpha = \frac{(a+b)\sqrt{b}}{a\sqrt{2a+3b}}.$$

Napišite opis konstrukcije. Skicirajte korake konstrukcije koje ne opisujete detaljno.

2. Dani su kutovi φ_1 i φ_2 te duljina d . Konstruirajte trokut ABC s težišnicom \overline{AM} tako da vrijedi $|AM| = d$, $\sphericalangle BAM = \varphi_1$ i $\sphericalangle MAC = \varphi_2$.

Napišite opis konstrukcije te dokažite njenu ispravnost.

3. Dane su dvije točke A i B te kružnica k (središte kružnice nije označeno!). Konstruirajte tetivu \overline{CD} kružnice k tako da četverokut $ABCD$ bude paralelogram.

Napišite opis konstrukcije.

Odaberite kružnicu k i točke A i B u općenitom položaju te provedite konstrukciju geometrijskim priborom. Okomice i paralele možete povlačiti koristeći trokute.

4. Dan je šiljasti kut $\sphericalangle pOq$ i točka A unutar tog kuta. Konstruirajte dvije sukladne kružnice koje se međusobno dodiruju, tako da jedna od njih dodiruje jedan, a druga drugi krak danog kuta, da spojnica njihovih središta bude okomita na krak p , a jedna od kružnica prolazi točkom A .

Napišite opis konstrukcije.

Koliko najviše rješenja ovaj zadatak može imati? Skicirajte položaj zadanih elemenata u kojem se taj maksimalni broj postiže te obrazložite.

5. Dani su kružnica k i točke A i B na njoj, pravac p , te duljina d .

a) Pokažite da postoji inverzija koja preslikava kružnicu k na neki pravac paralelan s p . Koliko takvih inverzija ima?

b) Odredite inverziju koja luk \widehat{AB} preslikava na dužinu $\overline{A'B'}$ paralelnu s p i duljine d . Napišite opis konstrukcije točaka A' i B' .

Objasnite svoje tvrdnje i zaključke.

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru.