

# UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij – grupa B

30. 1. 2004.

1. a) Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 5 \pmod{7}, \quad x \equiv 4 \pmod{13}, \quad x \equiv 3 \pmod{19}.$$

- b) Nađite cijele brojeve  $x$  i  $y$  takve da je  $104x + 77y = 1$ , te odredite razvoj u jednostavni verižni razlomak broja  $\frac{104}{77}$ .

2. Nađite neki primitivni korijen modulo 13.

Neka je  $q$  prost broj, te neka je broj  $p = 4q + 1$  također prost. Koliko ima primitivnih korijena modulo  $p$ ? Koji je najmanji primitivni korijen modulo  $p$ ?

3. Odredite sve proste brojeve  $p$  takve da je  $\left(\frac{10}{p}\right) = 1$ .

Izračunajte Legendreove simbole  $\left(\frac{139}{149}\right)$  i  $\left(\frac{733}{241}\right)$ .

4. Odredite  $h(-47)$ , te nađite reduciranu binarnu kvadratnu formu ekvivalentnu sa  $103x^2 + 57xy + 8y^2$ .

5. Nađite razvoje u jednostavni verižni razlomak brojeva  $\sqrt{34}$  i  $\sqrt{74}$ .

Nađite najmanja rješenja u prirodnim brojevima Pellovih jednadžbi  $x^2 - 34y^2 = 1$  i  $x^2 - 74y^2 = 1$ .

6. Nađite sve Pitagorine trokute u kojima je jedna stranica jednaka

a) 24,                  b) 55.