

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

---

JMBAG

---

IME I PREZIME

## Teorija brojeva

### 1. kolokvij, 3.5.2023.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadaci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se **čitljivo** potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite  $g = \text{nzd}(a, b)$  i nađite cijele brojeve  $x, y$  takve da je  $ax + by = g$  ako je  $a = 1058$ ,  $b = 782$ .

2. Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 4 \pmod{15},$$

$$x \equiv 19 \pmod{24},$$

$$x \equiv 1 \pmod{42}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 408$ .

4. Riješite kongruenciju

$$x^3 + 4x - 6 \equiv 0 \pmod{11^3}.$$

5. (a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 59.
- (b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju  $7^x \equiv 41 \pmod{59}$ .

6. (a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{535}{617}\right)$ ,  $\left(\frac{266}{719}\right)$ .
- (b) Za koje proste brojeve  $p$  jednačba  $x^2 + 8x + 27 \equiv 0 \pmod{p}$  ima rješenje?

Rješenja:

1.  $g = 46 = 1058 \cdot 3 + 782 \cdot (-4)$

2.  $x \equiv 379 \pmod{840}$

3.  $n = 409, 515, 818, 824, 1030, 1236$

4.  $x \equiv 87, 559, 685 \pmod{1331}$

5. (a) 2, 6 (b)  $x \equiv 4 \pmod{29}$

6. (a)  $\left(\frac{535}{617}\right) = 1, \left(\frac{266}{719}\right) = -1$  (b)  $p \equiv 1, 3, 4, 5, 9 \pmod{11}, p = 2, 11$