Drugi kolokvij iz kolegija

Uvod u matematiku

6. veljače 2006.

1(20) a) Definirajte pojam funkcije.
b) Definirajte pojam ekvipotentnih skupova.
c) Definirajte pojam kratnosti nul–točke polinoma.
d) Iskažite aksiom matematičke indukcije.
e) Iskažite teorem o nul–polinomu.

2(20) Dokažite da za sve prirodne brojeve n vrijedi nejednakost
$$n^3 > (n-1)(2n-1)\ .$$

3(20) Ako je $p(x)$ polinom s realnim koeficijentima koji ima sljedeća svojstva:
- zbroj svih koeficijenata mu je 2;
- zbroj koeficijenata s parnim indeksima jednak je zbroju koeficijenata s neparnim indeksima;
- slobodni koeficijent mu je 2;

odredite ostatak pri dijeljenju $p(x)$ sa $x^3 - x$.

4(20) Odredite jednu cjelobrojnu nultočku polinoma
$$2x^3 + 7x^2 + 4(x-1)\,,$$
te nađite njenu kratnost.

5(20) Riješite nejednadžbu
$$\frac{x^2+7x+10}{x^2-3x+2} \leq 1\ .$$

Drugi kolokvij iz kolegija

Uvod u matematiku

6. veljače 2006.

1(20) a) Definirajte jednakost između dviju funkcija.
b) Definirajte pojam polinoma.
c) Definirajte trigonometrijski oblik kompleksnog broja. Navedite Moivreovu formulu za dijeljenje kompleksnih brojeva.
d) Iskažite Bezoutov teorem.
e) Iskažite osnovni teorem algebre.

2(20) Dokažite da je, za svaki prirodni broj n, broj

$$1 + 3^2 + 3^4 + \ldots + 3^{6n-2}$$

djeljiv s 13.

3(20) Odredite sve polinome $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ koji zadovoljavaju jednakost

$$p(x^2 + 1) = (x^2 + x + 1)p(x) \ .$$

4(20) Ako je izraz $(x^2 + x + 1)^n$ raspisan kao

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{2n} x^{2n} \ ,$$

odredite $a_{2n} + a_{2n-2} + \ldots + a_4 + a_2$.

5(20) Riješite nejednadžbu

$$\frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - x - 6} \geq 2 \ .$$