# Teorija skupova

*4. rujna 2006.*

(1) Koliko ima:

(a) podskupova od $\mathbb{R}$ koji su ekvipotentni s $\mathbb{R}$?

(b) padajućih (ne strogo) nizova prirodnih brojeva?

(2) Izračunajte

$$\sum_{i\in\omega+3} \big(i \cdot \omega + \omega \cdot i\big) \ .$$

(3) Neka je $A$ proizvoljan skup. Ispitajte odnos skupova (obje inkluzije)

$$\bigcup A^2 \qquad \text{i} \qquad \mathcal{P}(A)$$

(s $A^2$ je označen Kartezijev kvadrat skupa $A$).
Ako inkluzija vrijedi uvijek, ili ne vrijedi nikad, dokažite to. Ako inkluzija vrijedi samo za neke $A$, navedite primjer skupa za koji vrijedi, te primjer skupa za koji ne vrijedi.

(4) Neka je na skupu $\mathcal{P}(\omega)$ zadana relacija

$$A \sqsubset B :\Longleftrightarrow (\exists n \in B \setminus A)(A \cap n = B \cap n) \ .$$

Dokažite da je $\big(\mathcal{P}(\omega), \sqsubset\ \big)$ (irefleksivno) totalno uređen skup.

(5) Dokažite da postoji maksimalna algebra skupova na $\mathbb{R}$, koja ne sadrži $\mathbb{Q}$ kao element.
Podsjetnik: Algebra skupova na $\Omega$ je familija podskupova od $\Omega$, $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$, koja ima svojstva

- $\emptyset \in \mathcal{F}$,
- $A \in \mathcal{F} \Rightarrow \Omega \setminus A \in \mathcal{F}$, te
- $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}$.

Rezultati: četvrtak, 7. rujna 2006. u 14:00.

*Vedran Čačić*