

# Teorija skupova

29. studenog 2005.

- (1) Koliko ima:
- (a) podskupova od  $\mathbb{N}$  kojima je komplement (u  $\mathbb{N}$ ) konačan?
  - (b) funkcijâ s  $\mathbb{R}$  u  $\mathbb{R}$  koje beskonačno mnogo puta poprimaju vrijednost  $\sqrt{2}$ ?

- (2) Izračunajte

$$\sum_{n \in \omega+1} \sum_{k \in \omega} n^k .$$

- (3) Na skupu  $\mathbb{Q}$  definirajte uređaj  $\prec$ , tako da uređajni tip od  $(\mathbb{Q}, \prec)$  bude  $\omega^* + \eta + \omega$ .
- (4) Definirajmo induktivno sljedeći niz kardinalnih brojeva:

$$\begin{aligned} \beth_0 &:= \aleph_0 \\ \beth_{n+1} &:= 2^{\beth_n} \end{aligned}$$

Bez korištenja aksioma izbora dokažite da je, za svaki prirodni  $n$ ,  $\beth_n^2 = \beth_n$ .

- (5) Klika u grafu  $(V, E)$  je njegov podgraf s bar dva vrha, koji je potpun (tj. postoji brid između svaka dva vrha podgrafa). Dokažite da svaki graf s bar jednim bridom ima maksimalnu kliku.

Podrazumijevaju se jednostavni neusmjereni grafovi ( $E$  je simetrična i irefleksivna relacija na  $V$ ). Na klikama se podrazumijeva uređaj “biti podgraf”.

Rezultati i žalbe: petak, 2. prosinca 2005. u 16:00.

Vedran Čačić