

# Teorija skupova

## 2. kolokvij

3. veljače 2006.

- 1(0) a) Definirajte sljedeće pojmove: induktivan skup, ordinalni broj dobro uređenog skupa i kardinalni broj.  
b) Iskažite Dedekindov teorem rekurzije.  
c) Opišite definiciju skupa cijelih brojeva i aritmetičkih operacija na tom skupu.

- 2(10) Dokažite (transfinitnom indukcijom) da za svaki ordinal  $\alpha \geq 1$  vrijedi

$$1 + \omega^\alpha = \omega^\alpha .$$

- 3(10) Izračunajte

$$\sum_{i \in \omega} (i + 2)^{\prod_{j \in \omega} (j+1)} .$$

- 4(10) Ako je  $\{x, y\}$  tranzitivan skup, je li nužno i  $x \cup y$  tranzitivan? Dokažite ili opovrgnite.

- 5(10) Bez korištenja aksioma izbora, poredajte po veličini kardinalne brojeve

$$\aleph_0^{\aleph_1} , \quad \aleph_1^{\aleph_0} , \quad \beth_2^{\aleph_1} .$$

Gdje vrijede stroge nejednakosti, a gdje jednakosti?

- 6(10) Neka je  $V$  vektorski prostor, i  $x$  neki njegov element različit od nulvektora. Dokažite da postoji maksimalan potprostor od  $V$  koji ne sadrži vektor  $x$ .

Rezultati: ponedjeljak, 12:00  
Vedran Čačić