

MATEMATIČKA LOGIKA 1

08. 02. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$P \vee (Q \wedge \neg R) \vdash (Q \rightarrow P) \vee \neg(Q \rightarrow R).$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\exists x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge \forall w P(z, w)) \rightarrow \forall x (Q(x) \rightarrow (\exists z P(z, x) \vee \exists y \exists w R(y, w))).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.

3. Neka je $(S_n)_{n \in \mathbf{N}}$ niz ispunjivih skupova formula logike sudova takav da je $S_n \subseteq S_{n+1}$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Dokažite da je skup $\cup_{n \in \mathbf{N}} S_n$ ispunjiv.
4. Neka je F formula logike sudova u kojij ne nastupaju veznici \neg , \rightarrow i \leftrightarrow . Dokažite da F nije ni tautologija ni antitautologija.
5. Neka je S skup svih formula oblika $P_j \rightarrow (P_{j+1} \rightarrow (P_{j+2} \rightarrow P_{j+3}))$, $j \in \mathbf{N}$. Dokažite da je karakteristični skup interpretacija od S beskonačan.

Zvonko Iljazović