

MATEMATIČKA LOGIKA

13. 09. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$\neg(P \rightarrow Q) \vdash P \wedge \neg Q.$$

2. Koristeći glavni test ispitajte vrijedi li

$$\{\exists x \forall y (\neg R(x, y)) \vee \neg \forall x P(x), \exists x R(x, x) \vee \neg \forall y \exists x R(y, x)\} \models \forall x P(x) \rightarrow \exists x \exists y R(x, y).$$

3. Neka su A i B skupovi formula logike sudova. Mora li postojati skup formula C takav da je $I_C = I_A \cup I_B$?
4. Neka je funkcija $f : \mathbf{N}^3 \rightarrow \mathbf{N}$ definirana sa $f(m, n, k) = \lfloor \sqrt[k+1]{\frac{m+1}{n+1}} \rfloor$, $m, n, k \in \mathbf{N}$. Dokažite da je f rekurzivna funkcija.
5. Neka je $A = \{e \in \mathbf{N} \mid \{e\} \text{ je totalna funkcija}\}$. Dokažite da ne postoji rekurzivna funkcija $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ takva da je $A = \text{Im}(f)$.

Zvonko Iljazović