MATEMATIČKA LOGIKA

22. 02. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$(P \vee Q) \rightarrow R \vdash \neg P \vee R.$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$\exists x(Q(x) \vee R(x,x)) \wedge \neg((\forall y(\exists x P(y,x) \rightarrow \forall x R(x,y))) \vee \neg(\exists x \forall y R(x,y))).$$

   Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.

3. Neka je S skup svih propozicionalnih varijabli u logici sudova. Je li S konačno aksiomatizabilan skup? Ako su A i B konačno aksiomatizabilni skupovi, mora li $A \cup B$ biti konačno aksiomatizabilan skup? Ako su A i B konačno aksiomatizabilni skupovi, mora li $A \cap B$ biti konačno aksiomatizabilan skup?

4. Neka je $f : \mathbf{N}^2 \setminus \{(1,2)\} \rightarrow \mathbf{N}$ funkcija definirana sa $f(x,y) = x$, $(x,y) \in \mathbf{N}^2 \setminus \{(1,2)\}$. Napišite program za RAM-stroj koji računa funkciju f.

5. Dokažite da postoji $e \in \mathbf{N}$ takav da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{1+e, 1+e^2, 1+e^3, \ldots\}$.

Zvonko Iljazović