

# Teorija brojeva

## 1. kolokvij, 2.5.2017.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite  $g = \text{nzd}(a, b)$  i nađite cijele brojeve  $x, y$  takve da je  $ax + by = g$ , ako je  $a = 2463$ ,  $b = 1125$ .

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 3 \pmod{20}, \quad x \equiv 13 \pmod{22}, \quad x \equiv 8 \pmod{25}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 212$ .

4. Riješite kongruenciju  $x^4 - 2x^2 - 3x + 1 \equiv 0 \pmod{11^3}$ .

5. a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 61.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju:  $35x^{14} \equiv 18 \pmod{61}$ .

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{235}{613}\right)$ ,  $\left(\frac{254}{613}\right)$ .

b) Odredite sve proste brojeve  $p$  takve da je  $\left(\frac{-24}{p}\right) = 1$ .

# Teorija brojeva

## 1. kolokvij, 2.5.2017.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite  $g = \text{nzd}(a, b)$  i nađite cijele brojeve  $x, y$  takve da je  $ax + by = g$ , ako je  $a = 5670$ ,  $b = 1799$ .

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 7 \pmod{14}, \quad x \equiv 13 \pmod{24}, \quad x \equiv 16 \pmod{27}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 222$ .

4. Riješite kongruenciju  $x^4 - 2x^2 - x + 3 \equiv 0 \pmod{11^3}$ .

5. a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 59.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju:  $21x^{12} \equiv 5 \pmod{59}$ .

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{352}{617}\right)$ ,  $\left(\frac{365}{617}\right)$ .

b) Odredite sve proste brojeve  $p$  takve da je  $\left(\frac{54}{p}\right) = 1$ .

## Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 2.5.2017.

1.  $g = 3, x = -169, y = 370$ .
2. Rješenje sustava je  $x \equiv 783 \pmod{1100}$ .
3.  $n = 321, 428, 642$ .
4.  $x \equiv 742, 1323 \pmod{1331}$ .
5. a) 2 i 6.  
b)  $x \equiv 18, 43 \pmod{61}$
6. a)  $\left(\frac{235}{613}\right) = -1, \left(\frac{254}{613}\right) = 1$ .  
b) Za  $p \equiv 1, 5, 7, 11 \pmod{24}$ .

## Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 2.5.2017.

1.  $g = 7, x = -112, y = 353$ .
2. Rješenje sustava je  $x \equiv 637 \pmod{1512}$ .
3.  $n = 223, 446$ .
4.  $x \equiv 204, 370 \pmod{1331}$ .
5. a) 2 i 6.  
b)  $x \equiv 14, 45 \pmod{59}$
6. a)  $\left(\frac{352}{617}\right) = 1, \left(\frac{365}{617}\right) = 1$ .  
b) Za  $p \equiv 1, 5, 19, 23 \pmod{24}$ .