

TEORIJA RIZIKA U AKTUARSTVU

01.12.2005.

1. Broj zahtjeva za isplatu koji pristižu osiguravatelju ponaša se kao Poissonov proces s funkcijom očekivanja $\mu(y) = 2\sqrt{t}$, gdje vrijeme mjerimo u danima.

- (a) Izračunajte očekivano vrijeme pristizanja 1. zahtjeva.
- (b) Ako su u prva dva dana stiglo točno 2 zahtjeva, kolika je vjerojatnost da će ih do kraja osmog dana ukupno biti barem 10?

2. Promatrajmo portfelj osiguranja u kojem se pristizanje zahtjeva za isplatu ponaša kao proces obnavljanja. Pretpostavljamo da u prosjeku svaka dva dana stiže po jedan zahtjev. Varijanca međuvremena pristizanja iznosi $1/2$. Prosječna šteta iznosi 10000, te je poznato da distribucija šteta ima varijancu $\sigma^2 = 1000$. Premije se u portfelj uplaćuju po linearnoj stopi c izračunatoj po principu očekivanja.

- (a) Koristeći princip očekivanja, odredite c tako da na duge staze zarađujemo oko 5% od ukupnog isplaćenog novca.
- (b) Kolika je približna vjerojatnost da portfelj na kraju godine zabilježi gubitak?
- (c) Koliku zaradu (u postocima) na duge staze trebamo ostvarivati da bi vjerojatnost iz (b) dijela bila ≤ 0.05 ?

3. Dokažite da je loggama distribucija s parametrima $\alpha, \beta > 0$ razdioba regularne varijacije s indeksom $\beta > 0$.

4. Neka su N_1 i N_2 dva međusobno nezavisna Poissonova procesa s funkcijama intenziteta λ_1 odn. λ_2 . Pokažite da je proces N zadan sa $N(t) = N_1(t) + N_2(t)$, $t \geq 0$ ponovo Poissonov. Nadjite mu funkciju intenziteta ako postoji.

5. Kažemo da je funkcija distribucije F razdioba ekstremnih vrijednosti ako vrijedi: za svaki $n \in \mathbb{N}$ i nezavisne i jednako distribuirane sl. varijable X_1, \dots, X_n s funkcijom distribucije F , postoje realni brojevi $c_n > 0$ i d_n takvi da je funkcija distribucije sl. varijable $(\max\{X_1, \dots, X_n\} - d_n)/c_n$ ponovo jednaka F . Pokažite da je Weibullova razdioba s funkcijom distribucije $F_{\Psi, \alpha}(x) = e^{-|x|^\alpha}$, za $x < 0$ i neki parametar $\alpha > 0$ razdioba ekstremnih vrijednosti.

NAPOMENA: Dozvoljena je upotreba Matematičkog priručnika Bronštejna i Semendjajeva.

Rezultati: srijeda 7.12. u 15:00.

Bojan Basrak